

JUNHO 2018

# V6/02

REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR. CASA DAS CIÊNCIAS



# REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR



## FICHA TÉCNICA

Publicação trimestral  
da Casa das Ciências

ISSN 2183-9697 (versão impressa)

ISSN 2183-1270 (versão online)  
[rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)

DEPÓSITO LEGAL  
425200/17

COORDENAÇÃO EDITORIAL  
Alexandra Coelho

DESIGN  
Rui Mendonça

PAGINAÇÃO  
Pedro Freitas

IMPRESSÃO E ACABAMENTO  
Uniarte Gráfica S.A.

TIRAGEM  
3600 exemplares

IMAGEM NA CAPA  
Krystyna Burczyk  
[imagem.casadasciencias.org](http://imagem.casadasciencias.org)

© Todo o material publicado nesta revista  
pode ser reutilizado para fins não comerciais,  
desde que a fonte seja citada.



## PROPRIETÁRIO

Casa das Ciências/ICETA  
Faculdade de Ciências,  
Universidade do Porto  
Rua do Campo Alegre, 687  
4169-007 Porto  
[rce@casadasciencias.org](mailto:rce@casadasciencias.org)

## CORPO EDITORIAL DA REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

### EDITOR

José Ferreira Gomes (UNIVERSIDADE DO PORTO)

### EDITOR CONVIDADO

José Francisco Rodrigues (UNIVERSIDADE DE LISBOA)

### CONSELHO EDITORIAL

João Lopes dos Santos (UNIVERSIDADE DO PORTO)

Jorge Manuel Canhoto (UNIVERSIDADE DE COIMBRA)

José Francisco Rodrigues (UNIVERSIDADE DE LISBOA)

Lúis Vítor Duarte (UNIVERSIDADE DE COIMBRA)

Maria João Ramos (UNIVERSIDADE DO PORTO)

Paulo Fonseca (UNIVERSIDADE DE LISBOA)

Paulo Ribeiro-Claro (UNIVERSIDADE DE AVEIRO)

### PRODUÇÃO E SECRETARIADO

Pedro Freitas

Alexandra Coelho

Guilherme Monteiro

### NORMAS DE PUBLICAÇÃO NA RCE

A Revista de Ciência Elementar dirige-se a um público alargado de professores do ensino básico e secundário, aos estudantes de todos os níveis de ensino e a todos aqueles que se interessam pela Ciência. Discutirá conceitos numa linguagem elementar, mas sempre com um rigor superior.

### INFORMAÇÃO PARA AUTORES E REVISORES

Convidam-se todos os professores e investigadores a apresentarem os conceitos básicos do seu labor diário numa linguagem que a generalidade da população possa ler e compreender.

Para mais informação sobre o processo de submissão de artigos, consulte a página da revista em [rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)



EDULOG · FUNDAÇÃO BELMIRO DE AZEVEDO

JUNHO 2018

# V6/02

## ÍNDICE

- 02 AGENDA
- 03 NOTÍCIAS
- EDITORIAL
- 05 **Do crescimento das populações à epidemiologia e virologia**  
José Francisco Rodrigues
- ARTIGOS
- 07 **Campos (Física)**  
Eduardo Lage
- 09 **Espectroscopia Vibracional**  
Paulo Ribeiro Claro
- 14 **O crescimento exponencial de populações: Euler ou Malthus?**  
Suzana Nápoles
- 20 **Artrópodes**  
Miguel Santos, Rubim Almeida, Sara C. Antunes
- 25 **Biocombustíveis, serão a solução?**  
Matilde Viegas, Maria João Ramos, Pedro Alexandrino Fernandes
- 29 **Stephen Hawking e a sua contribuição para a física teórica**  
Orfeu Bertolami, Cláudio Gomes
- 32 **Rocha**  
A. M. Galopim de Carvalho
- NOTÍCIAS EDUCATIVAS
- 36 **Software educativo em pré-cálculo e cálculo diferencial**  
Ana C. Conceição
- 39 **O Aroma das Plantas**  
Luís Gaspar Pedro, Ana Cristina Figueiredo, José Gonçalves Barroso
- AOS OLHOS DA CIÊNCIA
- 42 **Paisagens da Islândia: Formas e Processos (III)**  
Fernando Carlos Lopes
- IMAGEM EM DESTAQUE
- 48 **Origami e Vírus**  
José Francisco Rodrigues, Krystyna Burczyk

21/04<sup>(2017)</sup>  
a 31/12<sup>(2018)</sup>

Plantas e Povos

Nesta exposição é possível observar objetos etnobotânicos e etnográficos, fotografias e filmes das coleções provenientes do Instituto de Investigação Científica Tropical e do MUHNAC.

MNHNC, LISBOA

[HTTP://WWW.MUSEUS.ULISBOA.PT/PT-PT/PLANTAS-E-POVOS](http://www.museus.ulisboa.pt/pt-pt/plantas-e-povos)



23/07  
a 27/07<sup>(2018)</sup>

11ª Conferência Europeia de Biologia Teórica e Matemática

Co-organizada pela Sociedade Portuguesa de Matemática, a 11ª Conferência Europeia de Biologia Teórica e Matemática realiza-se em Lisboa de 23 a 27 de julho de 2018 sob os auspícios das Sociedades Europeias de Matemática (EMS) e de Biologia Teórica e Matemática (ESMTB) e celebra em Portugal o Ano Europeu da Biologia Matemática 2018.

LISBOA. [HTTP://WWW.ECMTB2018.ORG/](http://www.ecmtb2018.org/)

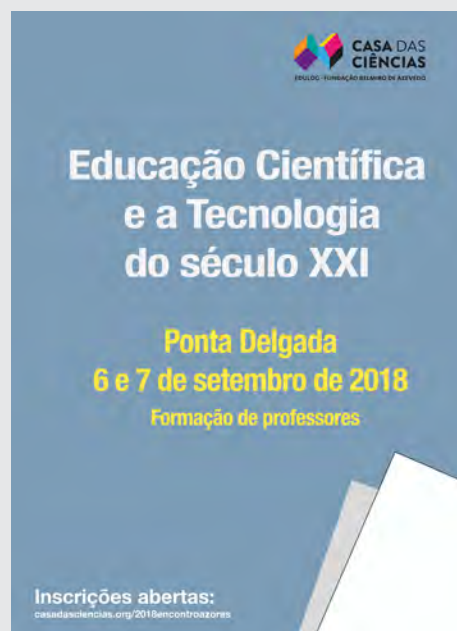


06/09  
a 07/09<sup>(2018)</sup>

I Encontro da Casa das Ciências — Açores

Vai realizar-se, na cidade de Ponta Delgada, o I Encontro da Casa das Ciências — Açores, com o apoio do Governo Regional e da Universidade dos Açores. As inscrições estão já abertas. Reserve o seu lugar!

PONTA DELGADA. [HTTP://WWW.CASADASCiencias.ORG/2018ENCONTROAZORES/](http://www.casadasciencias.org/2018encontroazores/)



---

## Marcelo Viana fala de Matemática no ano em que o Brasil organiza o 28º Congresso Internacional de Matemáticos



<http://revistapesquisa.fapesp.br/2018/03/20/marcelo-viana-uma-equacao-dificil/>

O matemático luso-brasileiro Marcelo Viana, formado pela Universidade do Porto em 1984, atual diretor do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), no Rio de Janeiro, é o organizador geral do 28º Congresso Internacional de Matemáticos (ICM 2018) e foi entrevistado recentemente pela revista brasileira *Pesquisa FAPESP*. Nessa entrevista fala não só do mais importante congresso de matemáticos que se realiza de quatro em quatro anos e onde são atribuídas as Medalhas Fields, consideradas os prêmios Nobel da Matemática, mas também da sua experiência pessoal em Portugal e no IMPA onde se doutorou em 1990. Fala da situação atual da matemática brasileira e, mais geralmente, afirma que “em matemática, nunca se sabe o que vai resultar em uma aplicação. Esta é uma regra-chave: é preciso deixar o

ser humano exercer sua criatividade. Quando os avanços da matemática são aplicados, eles são invisíveis. Sem matemática, a tomografia não existiria. Há muita matemática no modo como o sinal de uma partida de futebol é transmitido, por exemplo.”

---

## 10 de Outubro de 2018 foi proposto para Dia da Biologia Matemática



<https://www.esmtb.org/news/141-year-of-mathematical-biology-2018>  
<http://euro-math-soc.eu/year-mathematical-biology-2018>

Numa iniciativa conjunta da Sociedade Europeia de Matemática (EMS) com a Sociedade Europeia de Biologia Teórica e Matemática (ESMTB), está a ser celebrado este ano o *Ano da Biologia Matemática 2018* com múltiplas iniciativas científicas em muitos países da Europa. Foi ainda proposto celebrar o *Dia da Biologia Matemática* a 10 de outubro, cuja data invoca os dígitos da morfogenia humana.



## GRIPENET e BBC Four Pandemics



<http://www.gripenet.pt/>  
<https://www.influenzanet.eu/>  
<https://www.bbc.co.uk/programmes/p059y0p1>

Há cem anos a pandemia da gripe espanhola de 1918 dizimou entre 3 a 5 % da população mundial e foi uma das mais letais da história da humanidade. Uma nova pandemia de gripe poderá acontecer mais tarde ou mais cedo e, sem alarmismo, o canal BBC Four lançou em março de 2018 o programa Contagion! The BBC Four Pandemic em colaboração com um grupo de matemáticos da Universidade de Cambridge. Esse programa de ciência cidadã tem como objetivo ajudar a combater uma futura pandemia de doenças infecciosas, divulgando, por um lado, o conhecimento científico e a modelação matemática subjacente às epidemias e, por outro, através de uma aplicação para telemóvel, a BBC Pandemic app, promovendo uma experiência de ciência cidadã ao coligir dados autorizados dos movimentos das pessoas, dos seus contactos e ainda outra informação pessoal. Este projeto é um sucedâneo do projeto europeu *Influenzanet*, iniciado na Holanda, com participação portuguesa desde 2005 como GRIPENET,

numa iniciativa dos investigadores do Instituto Gulbenkian de Ciências, que continua no Instituto Nacional de Saúde Doutor Ricardo Jorge e é atualmente o maior repositório em língua portuguesa de conteúdos em linha sobre a gripe.

## IMAGINARY lança apelo de módulos para uma Exposição sobre Matemática e Música



<https://imaginary.org/mnm-call>

A organização *IMAGINARY open mathematics*, através da sua plataforma destinada a promover a divulgação da matemática de forma aberta e interativa, lançou um apelo à participação pública de matemáticos, músicos, informáticos e cidadãos interessados em contribuir com módulos, de fonte ou código abertos, que expliquem, simulem e/ou mostrem as relações e interações entre a Matemática e a Música. O objetivo é a realização da exposição "The Sound of Mathematics", a abrir em 2019, exatamente vinte anos após o *FORUM Diderot sobre Matemática e Música* organizado pela Sociedade Europeia de Matemática (EMS), que se realizou a 3 e 4 de dezembro de 1999, simultaneamente em Lisboa, Paris e Viena.

---

# Do crescimento das populações à epidemiologia e virologia

Decorrendo o *Ano da Biologia Matemática 2018*, uma iniciativa da Sociedade Europeia de Matemática (EMS) em conjunto com a Sociedade Europeia de Biologia Teórica e Matemática (ESMTB), acontecem este ano na Europa um elevado número de iniciativas científicas para celebrar o extraordinário progresso das aplicações matemáticas na Biologia, cujo vértex desta influência mútua ainda está por acontecer. Se, histórica e atualmente, o progresso da compreensão de vários processos biológicos trouxe à matemática, incluindo a estatística, novos problemas e conceitos, não é menos verdade que o rigor dos métodos matemáticos tem e continuará a desempenhar um contributo admirável para avaliar ou afastar hipóteses feitas por biólogos, neurocientistas e outros investigadores em medicina.

Podemos considerar que o início da interação profícua entre a Matemática e a Biologia se iniciou em meados do século XVIII, em particular com a descrição do crescimento exponencial das populações pelo matemático Leonard Euler, cinquenta anos antes de Malthus! As questões quantitativas da mortalidade e da esperança de vida do género humano, um tema central das ciências atuariais das pensões e seguros, que começaram a ser tabeladas ainda em seiscentos e motivaram uma notável memória de Euler apresentada à Academia de Ciências de Berlim em 1760, foram móveis para o desenvolvimento da teoria das probabilidades e de métodos estatísticos. Por outro lado, nesse mesmo ano, Daniel Bernoulli apresentou à Academia de Ciências de Paris um primeiro modelo diferencial para analisar a propagação da varíola e defender as vantagens da inoculação para a prevenir, que foi um trabalho pioneiro na aplicação das equações diferenciais à variação das populações e podemos considerar, como numa carta à *Nature* de 2000, que "*Bernoulli was ahead of modern epidemiology*".

Hoje em dia, o domínio da Biomatemática é vastíssimo e vai muito além da dinâmica das populações, da ecologia teórica à epidemiologia médica, da genética à virologia, da formação de padrões às redes neuronais, da bioestatística à análise proteómica, da biomecânica à fisiologia animal, etc. Se existem áreas da Matemática com maiores relações com a Biologia, nomeadamente, na modelação matemática e numérica, incluindo os sistemas dinâmicos, as equações com derivadas parciais, os processos estocásticos e a estatística, novas interações estão a surgir na geometria e na topologia, no tratamento de dados e nas relações com *machine learning* ou álgebra computacional.

Por exemplo, no encontro *kick-off* do ano da Biologia Matemática, realizado na Finlândia a 4 e 5 de janeiro, uma das conferências plenárias de Benoît Perthame, da Universidade de Paris-Sorbone, abordou as ligações entre dois tipos de modelos matemáticos para o crescimento de tumores: a descrição 'microscópica' ou 'compressível', à escala da densidade da população celular e uma descrição mais macroscópica ou 'incompressível', que é baseada num problema com fronteira livre do tipo da equação clássica de Hele-Shaw, um modelo bidimensional bem conhecido para escoamento de fluidos entre duas placas paralelas.

Outro exemplo atual decorreu do projeto multidisciplinar europeu *DENFREE: flying towards the efficient control of dengue*, iniciado em 2012 e coordenado pelo Instituto Pasteur, o qual teve participação portuguesa, em particular de biomatemáticos do CMAF/Universidade de Lisboa. Um dos seus objetivos constituiu na elaboração de modelos preditivos para combater a epidemia do vírus do dengue, baseados na dinâmica computacional não-linear combinada com a análise estatística de dados sobre a vacinação a nível mundial. Esses modelos permitiram conclusões relevantes e contribuíram para uma melhor administração da Denvaxia, uma vacina do dengue recomendada pelo *WHO Strategic Advisory Group of Experts (SAGE)* e levaram a multinacional Sanofi-Pasteur, produtora daquela vacina, a alterar a recomendação de vacinação apenas para as pessoas seropositivas. Contudo isso aconteceu com um ano de atraso face à predição do modelo do DENFREE, o que foi criticado por dois daqueles investigadores numa carta de 21-12-2017, publicada na revista *The Lancet Infectious Diseases*.

Portugal, que já em 2009, no bicentenário de Charles Darwin, havia acolhido o encontro *The Mathematics of Darwin's Legacy*, numa organização do Centro Internacional de Matemática em colaboração com a ESMTB e o apoio da Fundação Calouste Gulbenkian, acolhe agora o principal acontecimento do Ano da Biologia Matemática 2018, a *11th European Conference on Mathematical and Theoretical Biology* (<http://ecmtb2018.org>), que se realiza na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, de 23 a 27 de julho, e não poderá ficar indiferente à celebração do primeiro *Dia da Biologia Matemática a 10 de outubro*, que se espera ter continuidade anual e cujo logo invoca a morfogénese humana.

José Francisco Rodrigues

Editor convidado



# Campos (Física)

Eduardo Lage

Universidade do Porto

O conceito de campo é dos mais fundamentais em Física. Tal como um campo de flores variadas pode ter, em cada canteiro, um letreiro identificando a espécie aí plantada, um campo físico é uma região do espaço em que é definida uma etiqueta caracterizando o valor de uma grandeza em cada ponto e em cada instante. Na sua formulação inicial, devida a Michael Faraday (1849), o campo era um auxiliar que permitia imaginar a força elétrica que se exerceria sobre uma carga colocada nesse ponto. Com a formulação definitiva, de James Clerk Maxwell (1864) para as leis do electromagnetismo (conhecidas por equações de Maxwell), o campo ganhou uma realidade física. O campo pode propagar-se como ondas através do espaço, destronando a ideia de forças instantâneas à distância. A teoria da relatividade restrita (Einstein, 1905) viria a incorporar este conceito num dos seus postulados (nada ultrapassa a luz no vazio), obrigando a aceitar o campo como uma realidade fundamental. Todas as teorias, a partir de então, são teorias de campo, alargando o seu âmbito às forças nucleares fortes (responsáveis pela coesão do núcleo) e fracas (originando a desintegração do neutrão livre), e exigindo mesmo uma reformulação da lei da atração universal (Newton) corporizada na teoria da relatividade geral (Einstein, 1915).

A importância do conceito de campo fez-se sentir em outros domínios da Física. Assim, passámos a falar em diversos tipos de campos:

a) Escalares, tais como os campos de densidade, temperatura ou pressão (FIGURA 1), para discutir fenómenos atmosféricos ou o interior de planetas, i.e., a etiqueta tem, apenas, um número identificando o valor da grandeza.

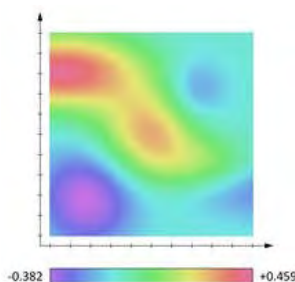


FIGURA 1. Diferença de pressões, em relação à pressão atmosférica normal, através de cores identificando valores numéricos (abaixo representados).

b) Vetoriais, tais como os campos de velocidade (FIGURA 2) ou aceleração num sólido rígido, o campo eletromagnético ou gravítico, i.e., a etiqueta tem três números, as componentes do vetor associado à grandeza respetiva.

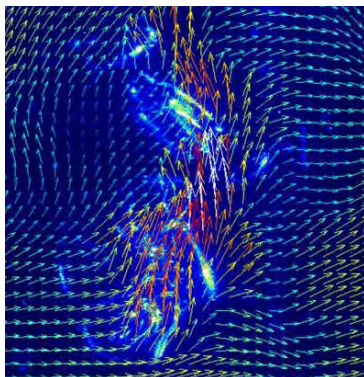


FIGURA 2. Campo de velocidades de um fluido, onde cada seta representa a velocidade do fluido no ponto onde se situa a origem da seta.

c) Tensoriais, tais como os campos de deformação ou tensão (FIGURA 3), em sólidos deformáveis, ou o tensor de Maxwell no eletromagnetismo. A etiqueta tem agora nove números, em geral (para tensores de 2ª ordem), as componentes do tensor correspondente à grandeza medida.

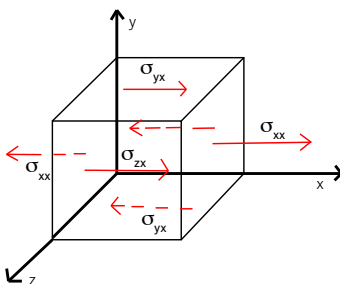


FIGURA 3. Componentes do tensor das tensões, onde, por exemplo,  $\sigma_{yx}$  é a componente da tensão (vetor) segundo x para uma superfície normal ao eixo y. Por convenção, a tensão é exercida pela parte exterior ao cubo.

O campo escalar é, talvez, o mais simples e o seu estudo através de um exemplo e, posteriormente, generalizado, permite obter vários resultados importantes que se revelam também importantes nos campos vetoriais e tensoriais.

# Espectroscopia Vibracional

Paulo Ribeiro Claro

CICECO/ Universidade de Aveiro

Designa-se por “espectroscopia vibracional” a técnica que mede a interação da radiação eletromagnética com os movimentos de vibração de um sistema molecular.

Qualquer sistema que contenha átomos ligados entre si tem movimentos vibracionais, desde as moléculas diatómicas aos sistemas biológicos e aos materiais mais diversos. Deste modo, as diversas técnicas de espectroscopia vibracional são muito utilizadas tanto na caracterização de sistemas como em análise química. Estas aplicações estendem-se atualmente até à imagem médica.

## Graus de liberdade de um sistema molecular

Considerando uma associação de  $N$  átomos (molécula, ião, ou radical) em fase gasosa – isto é, isolada e livre de restrições externas ao seu movimento – cada um dos seus átomos pode deslocar-se segundo as três direções do espaço, descritas pelos eixos coordenados ou vetores  $x, y, z$ . Teremos assim  $3N$  vetores que podem combinar-se em  $3N$  movimentos distintos.

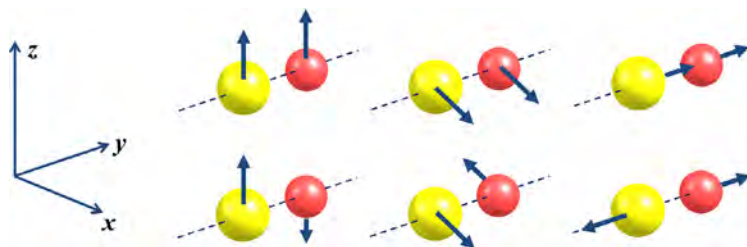


FIGURA 1. Representação esquemática dos  $3N$  graus de liberdade de uma molécula diatómica. A linha superior representa as três translações, a linha inferior representa as duas rotações e uma vibração (O número de vibrações independentes é dado pela diferença entre o número de graus de liberdade e o número de translações e rotações,  $3N-5$ ). O movimento de vibração pressupõe que a ligação entre os átomos funciona como uma mola (que forçará os átomos a inverterem o sentido do movimento).

Quando todos os átomos se movem coordenadamente na direção um dado vetor (por exemplo, direção z: FIGURA 1, primeira imagem) isso representa a translação da molécula nessa direção. Para uma molécula isolada há pois três movimentos – ou graus de liberdade – translacionais.

De igual modo, é possível encontrar combinações de movimentos individuais dos átomos que resultam numa rotação da molécula em torno do seu centro de massa. Estes graus de liberdade rotacionais são também três para a maioria das moléculas. Em moléculas lineares, há apenas dois graus de liberdade rotacionais, pois não existe rotação em torno do eixo molecular (não moveria nenhum átomo).

As restantes combinações de movimentos atômicos resultam em movimentos dos átomos entre si, sem que haja translação ou rotação da molécula, ou seja, correspondem a graus de liberdade vibracionais. Deste modo, um sistema molecular com N átomos tem  $3N-6$  vibrações ( $3N-5$  se for linear).

A solução da equação de Schödinger para uma partícula livre em movimento tem como significado físico a não-quantização da energia translacional. Dito de outro modo, os graus de liberdade translacionais são contínuos. Contudo, o mesmo não se passa com os movimentos rotacionais e vibracionais, a que correspondem níveis de energia discretos (ou quantizados). Assim, é possível observar transições entre os níveis rotacionais (espectroscopia rotacional) ou entre os níveis vibracionais (espectroscopia vibracional). Como será discutido abaixo, numa molécula em fase gasosa é possível observar transições em que se alteram simultaneamente o estado vibracional e o estado rotacional (por vezes abreviadas para “transições roto-vibracionais”).

O modelo mais simples para descrever as vibrações moleculares é o modelo do oscilador harmónico diatómico: dois átomos de massa  $m_1$  e  $m_2$ , ligados por uma mola perfeitamente elástica (FIGURA 2A). Os dois átomos oscilam em torno da distância de equilíbrio, num movimento que pode ser designado por “elongação linear” (e frequentemente abreviado para “elongação”).

Por resolução da equação de Schrödinger para este modelo, obtém-se a expressão da energia dos níveis vibracionais

$$E_v = hv \left( v + \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

onde  $v$  é o número quântico vibracional ( $v = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) e  $\nu$  é a frequência de vibração do oscilador harmónico. Segundo este modelo, os níveis de energia de um oscilador estão igualmente espaçados, sendo a diferença entre eles igual a  $h\nu$  (FIGURA 2B). A regra de seleção para o oscilador harmónico é  $\Delta v = 1$ , pelo que o espectro vibracional de uma molécula diatómica nesta aproximação consiste num único sinal de frequência  $\nu$ , independentemente do nível de partida.

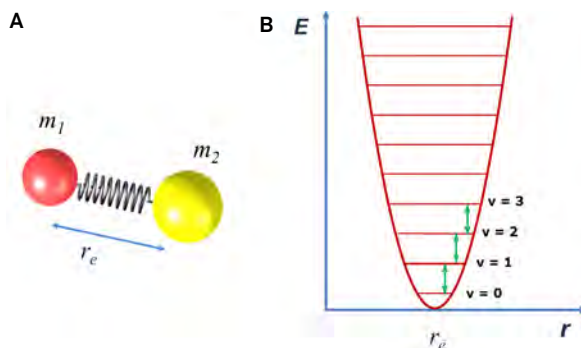


FIGURA 2. **A** - Oscilador harmónico, constituído por duas esferas de massa  $m_1$  e  $m_2$  ligadas por uma mola sem limite de elasticidade (obedece à lei de Hooke para qualquer deformação). **B** - Esquema da distribuição dos níveis de energia vibracionais em função do número quântico  $v$  e valor da separação energética entre níveis consecutivos.

A frequência do oscilador depende naturalmente da força da “mola”, ou seja, do grau de rigidez/elasticidade da ligação química, que se traduz na constante de força da ligação,  $k$ . Esta constante de força é a que define a resistência da mola à deformação, ou seja, a força que é necessário efetuar para provocar uma deformação de  $\Delta x$ , de acordo com a lei de Hooke,  $F = k \Delta x$ . A equação da frequência do oscilador harmónico é então dada por

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} \quad (2)$$

onde  $\mu$  é a massa reduzida do oscilador.

Os osciladores reais são anarmónicos, uma vez que as ligações químicas não se comportam como molas perfeitamente elásticas. A FIGURA 5 compara a função de energia potencial do oscilador harmónico com uma curva pouco anarmónica (FIGURA 3A) e muito anarmónica (FIGURA 3B). A situação real corresponde à curva de alta anarmonicidade (FIGURA 3B), já que as ligações químicas quebram quando são estiradas excessivamente.

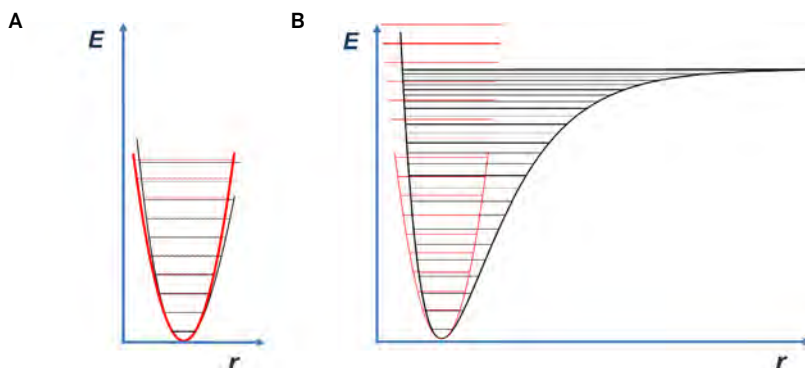


FIGURA 3. Comparação entre o oscilador harmónico (linha a vermelho) e anarmónico (linha a preto) para duas situações: **A** - baixa anarmonicidade e **B** - alta anarmonicidade. Notar que a região da transição fundamental ( $0 \rightarrow 1$ ) é muito razoavelmente descrita pelo oscilador harmónico em qualquer dos casos.

A energia dos níveis de um oscilador anarmónico é dada por

$$E_v = hv(v + 1/2) - hvx_e(v + 1/2)^2 \quad (3)$$

onde  $x_e$  é a constante de anarmonicidade, específica de cada oscilador.

Um efeito imediato da anarmonicidade é a diminuição progressiva do espaçamento energético entre os níveis (tal como se observa na FIGURA 3).

$$\Delta E_{v_0 \rightarrow 1} = hv(1 - 2x_e); \quad \Delta E_{v_1 \rightarrow 2} = hv(1 - 4x_e); \quad \Delta E_{v_2 \rightarrow 3} = hv(1 - 6x_e) \quad (4)$$

Próximo da energia de dissociação, o espaçamento tende para zero, o que permite estimar a energia de uma ligação a partir da sua frequência de vibração e da correspondente anarmonicidade:

$$D_e = hv/4x_e \quad (5)$$

A regra de seleção para o oscilador anarmónico é  $\Delta v = 1, 2, 3, \dots$  sendo possível observar diversas transições. Enquanto a transição do nível  $v=0$  para  $v=1$  é designada por transição fundamental, as transições de  $v=0$  para  $v>1$  são designadas sobretons.

Quando a população dos níveis excitados é significativa, é possível observar as transições  $v=1$  para  $v=2$ ,  $v=2$  para  $v=3$ , etc. Estas transições aumentam de intensidade por aumento da temperatura (ver distribuição de população de Boltzmann) pelo que as correspondentes bandas do espectro vibracional são designadas por "bandas quentes".

Esta análise do espectro vibracional de sistemas diatómicos pode estender-se a sistemas poliatómicos. Em sistemas poliatómicos, observam-se vários movimentos de "elongação linear" (tantos quantos as ligações entre 2 átomos), de "deformação angular" (envolvendo 3 átomos ligados), de "torção" e de "deformação para fora do plano" (envolvendo 4 átomos ligados). Estes movimentos combinam-se nas  $3N-6$  vibrações globais da molécula, designados por modos normais de vibração. Em alguns casos, os modos normais de vibração estão altamente localizados num grupo definido de átomos – por exemplo, o grupo carbonilo ( $C=O$ ) – e originam bandas no espectro vibracional que são características desse grupo de átomos e mais ou menos independentes do resto da molécula. Estas vibrações são designadas por frequências de grupo, muito utilizadas em caracterização química. Estes tópicos serão desenvolvidos num texto próprio.

### **Transições roto-vibacionais numa abordagem breve**

Tal como referido acima, é possível observar transições vibracionais ( $\Delta v = 1, 2, 3 \dots$ ) acompanhadas de transições rotacionais ( $\Delta J = 1$ ). Considerando estes graus de liberdade como independentes entre si, a energia dos níveis num oscilador diatómico é dada simplesmente pela soma da equação (3) com a equação do rotor diatómico:



$$E_{v,J} = hv(v + \frac{1}{2}) + BJ(J + 1) - [hv x_e(v + \frac{1}{2})^2 + DJ^2(J + 1)^2] \quad (6)$$

Ignorando os termos anarmónico e de distorção centrífuga – indicados entre parêntese rectos –, a energia da transição vibracional fundamental num oscilador diatómico é dada por

$$\Delta E_{v=0 \rightarrow v=1} = hv + B[J(J+1) - J'(J'+1)]$$

onde  $J$  é o número quântico rotacional do estado inicial,  $v=0$ , e  $J'$  é o número quântico rotacional do estado final,  $v=1$ .

A FIGURA 4 ilustra as transições que correspondem a  $J'=J-1$ ,  $J'=J$  e  $J'=J+1$  e a FIGURA 5 apresenta o espectro observado para o oscilador diatómico real HCl. No espectro real, o efeito da anarmonicidade do oscilador no valor de  $B$  é evidente.

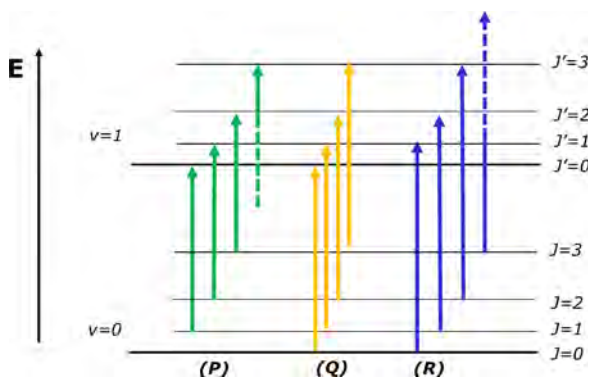


FIGURA 4. Esquema simplificado das transições roto-vibracionais numa molécula diatómica. Os níveis não estão à escala. As transições com  $J'=J-1$  (a verde) originam as bandas do Ramo P e as transições com  $J'=J+1$  (a azul) originam o Ramo R. As transições com  $J'=J$  (a amarelo) originam o Ramo Q, mas não são permitidas em moléculas diatómicas.

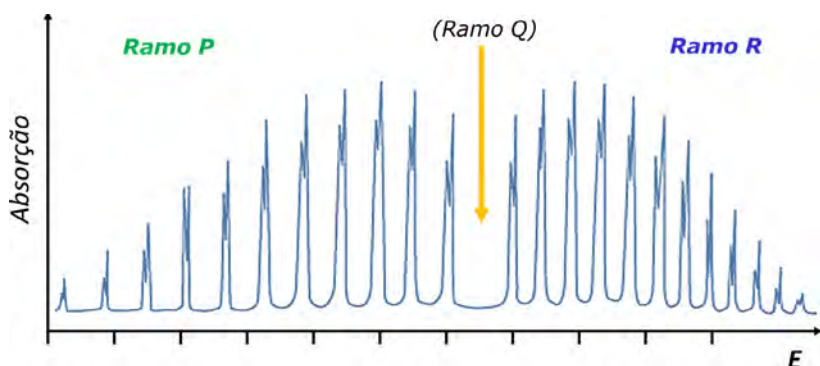


FIGURA 5. Espectro roto-vibracional da molécula diatómica HCl, com a indicação da posição do Ramo Q (transições não permitidas por regra de seleção). Notar que todos os sinais aparecem desdobrados em dois: uma amostra real de HCl contém as formas isotópicas  $H^{35}Cl$  e  $H^{37}Cl$ , a que correspondem diferentes valores de  $B$ . Notar também que o espaçamento entre bandas no ramo P é maior que no ramo R: no estado fundamental,  $v=0$ , a distância interatómica média é menor do que para  $v=1$ , pelo que  $B > B'$ . Notar que a transição  $J'=J$  é proibida, pelo que não aparece a banda Q.

---

# O crescimento exponencial de populações: Euler ou Malthus?

Suzana Nápoles

Universidade de Lisboa

Em 1798, no livro *An Essay on the Principle of Population*, que teve seis edições, Thomas Malthus (1766-1864), um clérigo e erudito inglês influente nos campos da economia política e da demografia, escreveu:

*“A população, quando não controlada, aumenta em progressão geométrica. A subsistência aumenta apenas em progressão aritmética. Um pequeno conhecimento dos números mostrará a imensidão do primeiro poder em comparação com o segundo.”*

Malthus não tentou traduzir matematicamente o seu modelo de crescimento. Limitou-se a caracterizá-lo pressupondo que a taxa segundo a qual a população cresce num determinado instante é proporcional à população total nesse mesmo instante.

Numa revisão da primeira edição discutiu em detalhe os obstáculos para o crescimento da população em vários países, nomeadamente atraso no casamento, aborto, infanticídio, fome, guerra, epidemias e fatores económicos. Para ele, o casamento retardado era a melhor opção para estabilizar a população.

Para caracterizar matematicamente este modelo, considerando o crescimento em anos consecutivos e supondo uma taxa de crescimento  $r$  em cada ano, se num ano  $n$  a população é  $P_n$  no ano seguinte a população será  $P_{n+1} = (1 + r) P_n$ , pelo que  $P_{n+1} = (1 + r)^n P_0$  e o crescimento é descrito por uma progressão geométrica de razão  $1 + r$ .

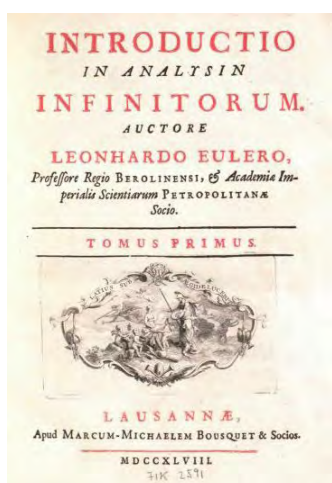


FIGURA 1. Thomas Malthus.

Supondo uma variação contínua do tempo, e designando por  $P(t)$  a população no instante  $t$  e por  $r$  a taxa de crescimento por unidade de tempo, a equação diferencial que traduz o modelo contínuo preconizado por Malthus é  $P'(t) = rP(t)$ . Então,  $P(t) = ke^{rt}$  com  $k$  constante.

Como  $P(0) = k$ , e  $P_0$  o número de indivíduos no ano zero, a evolução da população é dada por  $P(t) = P_0 e^{rt}$ .

Acontece que 50 anos antes, em *Introductio in analysin infinitorum*, no VI capítulo "De quantidades exponenciais e logaritmos" para ilustrar a grande utilidade das tabelas de logaritmos para abreviar cálculos numéricos, o matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) dá vários exemplos que envolvem o crescimento populacional, de que transcrevemos os exemplos II e III.

FIGURA 2. Leonhard Euler e o seu *Introductio in analysin infinitorum*.

### Exemplo II

“Se a população em certa região aumenta anualmente um trigésimo e, por outro lado, lá habitavam no princípio 100000 pessoas, pergunta-se qual o número de habitantes após 100 anos.

Seja o número inicial =  $n$ , pelo que  $n = 100000$ ; passado um ano o número de habitantes será  $= (1 + \frac{1}{30})n = \frac{31}{30}n$ ; depois de dois anos  $= (\frac{31}{30})^2 n$ ; ao cabo de três,  $= (\frac{31}{30})^3 n$ , e daqui depois de 100 anos será  $= (\frac{31}{30})^{100} n = (\frac{31}{30})^{100} 100000$  : cujo logaritmo é  $= 100 \log \frac{31}{30} + \log 100000$ . E  $\log \frac{31}{30} = \log 31 - \log 30 = 0,014240439$  de onde,  $100 \log \frac{31}{30} = 1,4240439$ , que somando-lhe  $\log 100000 = 5$  será o logaritmo do número de habitantes procurado,  $= 6,4240439$ , a que corresponde o número 2654874.

Assim ao cabo de 100 anos será mais de vinte e seis vezes maior.”

Este exemplo publicado em 1748 é, meio século antes, a concretização do “Modelo Malthusiano” para uma população de 100000 habitantes e uma taxa de crescimento anual de  $\frac{1}{30}$ .

No exemplo seguinte Euler faz alusão ao capítulo 7 do Livro do Genesis que relata como um dilúvio reduziu a população da terra a seis seres humanos.

### Exemplo III

“Como a humanidade se espalhou após o dilúvio por obra de seis seres humanos, se o número destes alcançar duzentos anos depois o número 1000000, pergunta-se em que parte deveria crescer anualmente o número de humanos.

Se aumentar em cada ano  $\frac{1}{x}$ , duzentos anos depois o número de humanos seria =  $(\frac{1+x}{x})^{200} 6 = 1000000$  e por tanto  $\frac{1+x}{x} = (\frac{1000000}{6})^{\frac{1}{200}}$ .

Portanto  $\log \frac{1+x}{x} = \frac{1}{200} \log \frac{1000000}{6} = \frac{1}{200} \cdot 5,2218487 = 0,0261092$

e assim  $\frac{1+x}{x} = \frac{1061963}{1000000}$  e  $1000000 = 61963x$  donde  $x = 16$  aproximadamente.

Bastará pois que os humanos aumentem por ano a sua décima sexta parte [...]. Contudo, se o número de homens tivesse crescido na mesma proporção durante um intervalo de 400 anos, deveria chegar a 1000000.  $\frac{1000000}{6} = 166666666666$ , cujo sustento a terra inteira não seria de forma alguma capaz de dar.”

Euler, ao abordar o crescimento das populações, tinha uma preocupação matemática – a de mostrar a utilidade dos logaritmos – que ilustrou com exemplos.

Mas a observação anterior leva a crer que ele considerou o modelo exponencial desadequado para o estudo do crescimento populacional.

A população de Portugal espelha bem a falência deste modelo. Segundo dados do Instituto Nacional de Estatística, nos duzentos anos que decorreram entre 1770 e 1970, a população nem chegou a triplicar.

TABELA 1. População de Portugal entre 1422 a 1890.

População de Portugal (INE, Lisboa)					
Ano	Total	Variação	Ano	Total	Variação
<u>1422</u>	1 043 274	-	<u>1900</u>	5 423 132	+7,4%
<u>1527</u>	1 262 376	+21,0%	<u>1911</u>	5 960 056	+9,9%
<u>1636</u>	1 100 000	-12,9%	<u>1920</u>	6 032 991	+1,2%
<u>1736</u>	2 143 368	+94,9%	<u>1930</u>	6 825 883	+13,1%
<u>1770</u>	2 850 444	+33,0%	<u>1940</u>	7 722 152	+13,1%
<u>1776</u>	3 352 310	+17,6%	<u>1950</u>	8 441 312	+9,3%
<u>1801</u>	2 931 930	-12,5%	<u>1960</u>	8 851 289	+4,9%
<u>1811</u>	2 876 602	-1,9%	<u>1970</u>	8 568 703	-3,2%
<u>1838</u>	3 200 000	+11,2%	<u>1981</u>	9 852 841	+15,0%
<u>1849</u>	3 411 454	+6,6%	<u>1991</u>	9 862 540	+0,1%
<u>1864</u>	4 188 410	+22,8%	<u>2001</u>	10 356 117	+5,0%
<u>1878</u>	4 550 699	+8,6%	<u>2007</u>	10 617 575	+2,5%
<u>1890</u>	5 049 729	+11,0%			

Quanto a Malthus, as suas preocupações eram de natureza política e legislativa. Tomou como certo um crescimento exponencial da população mundial que conduziria a uma catástrofe por ausência de recursos e, para o travar, sugeriu o recurso a políticas adequadas. Ao publicitar o modelo exponencial - que ficou conhecido como *Modelo Malthusiano* - ligando-o a problemas legislativos reais, abriu caminho para que diferentes matemáticos se dedicassem à modelação do crescimento populacional.

Em 1844, o matemático belga Pierre Verhulst (1804-1849) propôs no artigo *Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population*, um modelo em que considera que, à medida que a população se aproxima de um valor máximo, a taxa de crescimento diminui: "O aumento virtual da população é, portanto, limitado pelo tamanho e pela fertilidade do país. Como resultado, a população fica cada vez mais próxima de um estado estável".

Designado por  $P(t)$  a população no instante  $t$ , por  $r$  a taxa de crescimento por unidade de tempo e por  $M$  o número máximo de indivíduos que a região pode suportar, este modelo exprime-se pela equação diferencial

$$\frac{dP}{dt} = rP \left( 1 - \frac{P(t)}{M} \right),$$

cuja solução é

$$P(t) = \frac{P(0) e^{rt}}{1 + \frac{P(0)(e^{rt} - 1)}{M}}$$

Se  $P(t)$  for muito pequeno face a  $M$  tem-se que  $\frac{dP}{dt} \approx rP(t)$  que tem a solução  $P(t) \approx P(0) e^{rt}$ , e o crescimento é exponencial.

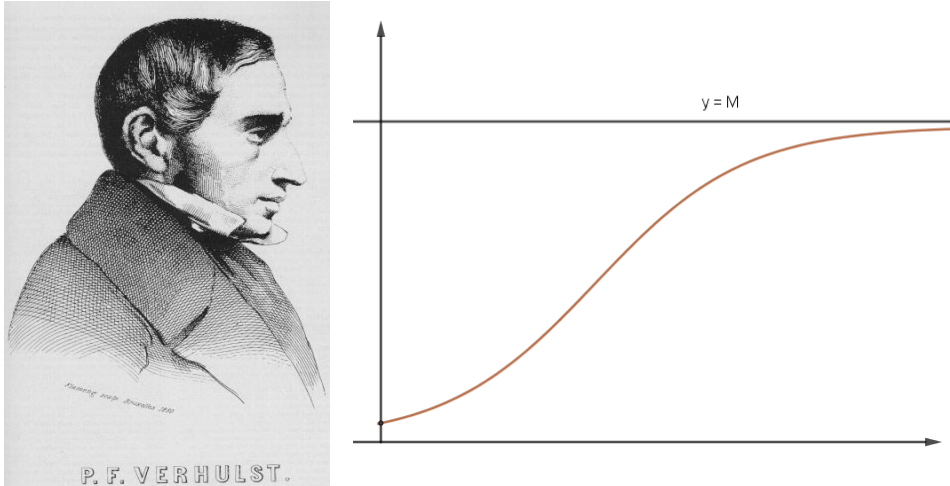


FIGURA 4. Pierre François Verhulst e o gráfico da curva logística.

À medida que  $t$  cresce a população aproxima-se assintoticamente de  $M$ . A equação diferencial que caracteriza este modelo é atualmente designada por equação logística e a população máxima  $M$  por capacidade de carga. Com Verhulst relativizou-se "a hipótese da progressão geométrica, uma vez que ela só se pode verificar em circunstâncias muito especiais; por exemplo, quando um território fértil de tamanho quase ilimitado passa a ser habitado por pessoas com uma civilização avançada, como foi o caso das primeiras colónias americanas".

Essa equação foi retomada por vários matemáticos e adaptada a contextos variados. São de realçar os casos em que a capacidade de carga varia como o tempo conduzindo ao modelo caracterizado pela equação diferencial

$$\frac{dP}{dt} = rP \left( 1 - \frac{P}{M(t)} \right)$$

onde a capacidade de carga  $M(t) = M(t + T)$  varia periodicamente com período  $T$ .



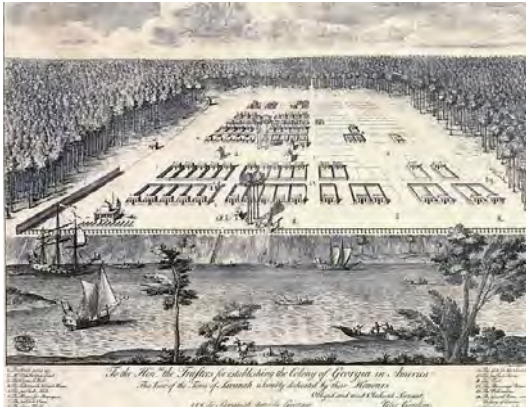


FIGURA 5. A demografia é instrumental para o controlo das populações humanas.

Desde o século XVIII que o estudo da dinâmica das populações é objeto de modelação matemática. Na atualidade existem outros modelos de crescimento: hiperbólicos, exponenciais, logísticos ou baseados noutras funções. Baseada nos modelos populacionais do matemático Song Jian, a República Popular da China em 1980, então a atingir o bilião de habitantes, instaurou uma política estrita de filho único. Essa lei foi flexibilizada em 2015, aumentando para dois o número máximo de filhos, para fazer frente ao envelhecimento da população e à redução do grupo de trabalhadores na faixa etária considerada economicamente ativa.

Muitos dos pareceres científicos nas mais diversas áreas baseiam-se em modelos matemáticos que podem permitir fazer estimativas e previsões, mas ... ao olhar para o crescimento populacional ao longo dos tempos verificamos que os modelos matemáticos são instrumentais na análise da dinâmica das populações.

---

# Artrópodes

Miguel Santos,  
Rubim Almeida,  
Sara C. Antunes

DB / CIBIO InBIO / CIIMAR / Universidade do Porto

**Artrópodes (Arthropoda, do grego *arthro* = articulado + *podos* = pés) são o grupo taxonómico mais diversificado, com distribuição por quase todo o globo e ocupando todos os habitats. São organismos invertebrados com exosqueleto rígido, apresentando apêndices articulados (patas, antenas) e de número diferenciado de acordo com o subfilo a que pertencem.**

Os artrópodes, constituem um dos mais diversos grupos de organismos do planeta, compreendendo espécies que variam de 0,085 mm (*Tantalacus dieteri*, um crustáceo parasita) até 3,8 m (envergadura do Caranguejo-aranha-gigante). Os organismos pertencentes a este grupo encontram-se praticamente em todos os tipos de habitat. A razão do sucesso evolutivo deste grupo taxonómico deve-se a um conjunto de características únicas: i) possuem um exosqueleto proteico-quitinoso flexível, leve e resistente que protege contra a desidratação; ii) segmentação do corpo e a presença de apêndices articulados especializados; iii) órgãos sensoriais bem desenvolvidos (antenas, sedas sensoriais, olhos compostos, olhos pedunculados, ocelos, quimiorreceptores nas antenas); iv) metamorfose com diferentes estádios de desenvolvimento, incluindo estádios larvares, que podem ter um modo de vida completamente diferente do adulto permitindo um aproveitamento de outros recursos (alimento e espaço), reduzindo a competição entre indivíduos da mesma espécie; v) padrões comportamentais complexos, revelando por vezes organização comunitária; e vi) sistema respiratório diverso, nomeadamente o sistema traqueal, onde o ar entra em contacto direto com os tecidos devido a um eficiente sistema de tubos (traqueias), com orifícios na superfície do tegumento (espiráculos). No entanto, a origem e a taxonomia deste grupo ainda constituem um tema de investigação e debate. Mesmo, apesar dos avanços em áreas como a biologia molecular, que fornece importantes conhecimentos sobre as complexas relações evolutivas destes organismos, muito ainda há por descobrir. Os artrópodes são um grupo extremamente importante nos ecossistemas terrestres devido não só à sua enorme abundância e diversidade, mas também ao grande número de funções que desempenham nestes ecossistemas (ex: degradação da matéria orgânica, arejamento

do solo, ciclagem de nutrientes). O filo Arthropoda está atualmente subdividido em cinco subfilos: **Trilobitomorpha**, **Crustacea**, **Myriapoda**, **Chelicerata** e **Hexapoda**.

O subfilo **Trilobitomorpha** (trilobites e os seus parentes) compreende cerca de 20 000 espécies que viviam exclusivamente em ambientes marinhos e que atualmente se encontram todas extintas. Contudo, a sua vasta distribuição geográfica e o exosqueleto de carbonato de cálcio permitiram que este grupo apresente um extenso registo fóssil observável por todo o planeta.

**Crustacea**, inclui caranguejos, camarões e lagostas, contendo mais de 60 000 espécies e com um extenso registo fóssil em todo o mundo, é um dos principais grupos de artrópodes. A maioria dos crustáceos vive em ambientes marinhos, mas existem várias espécies que podem ser encontradas em ecossistemas de água doce (ordem Cladocera e sub-classe Copepoda) e em ambientes terrestres (ordem **Isopoda**; FIGURA 1). Apesar da grande maioria dos crustáceos serem de vida livre, existem vários grupos parasitas (ex: Rhizocephala – crustáceos cirrípedes parasitas de caranguejos e camarões, Argulidae – crustáceos parasitas de peixes; e Pentastomida – vermes língua que parasitam o sistema respiratório de vertebrados). Numa perspetiva diferente e de interesse económico este grupo apresenta ainda um valor acrescido já que alguns crustáceos decápodes, como lagostas e camarões, são intensivamente consumidos em todo o mundo. Para além da sua importância económica, este grupo de organismos é bastante utilizado em investigação científica, nomeadamente em ecotoxicologia na avaliação do efeito de contaminantes no solo.

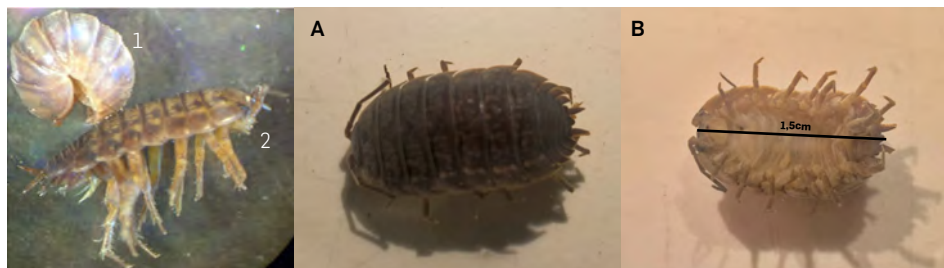


FIGURA 1. Exemplos de organismos da ordem Isopoda (bicho-da-conta). 1 – família Armadillidae; 2 – família Porcellionidae, em **A** - vista dorsal e em **B** - vista ventral.

O subfilo **Myriapoda**, inclui as centopeias e os milípedes, contém mais de 11 000 espécies descritas. Este subfilo é tradicionalmente dividido em quatro classes: **Chilopoda** (centopeias) (FIGURA 2), **Diplopoda** (milípedes), **Pauropoda** (“poucos pés”) e **Symphyla** (pseudocentopeias). Todos os miriápodes conhecidos são terrestres e o seu tamanho varia desde alguns milímetros a cerca de 38 centímetros (Millipede Gigante Africano).



FIGURA 2. Vista dorsal **A** - e ventral **B** - de um organismo pertencente à classe Chilopoda, onde se pode observar o corpo segmentado e apenas com um par de patas por segmento.

O subfilo **Chelicerata** (aranhas, aranhas do mar, escorpiões e ácaros) contém mais de 113 000 espécies distribuídas em duas classes principais: **Pycnogonida** (aranhas do mar) e **Arachnida** (aranhas, escorpiões e ácaros). **Pycnogonida**, o grupo das aranhas do mar, contém mais de 1 300 espécies descritas, mas estudos detalhados sobre esses animais e as suas relações evolutivas ainda são escassos. Estes organismos geralmente têm seis ou oito olhos e quatro a seis pares de patas. A classe **Arachnida** compreende os organismos mais conhecidos do subfilo **Chelicerata**, como aranhas, escorpiões e ácaros. Os indivíduos pertencentes a este grupo não possuem antenas, têm quatro pares de patas, um par de **quelíceras** (1º par de apêndices do prossoma/cabeça) e **pedipalpos** (2º par de apêndices do prossoma/cabeça). As aranhas (ordem **Araneae**) (FIGURA 3) são provavelmente o grupo mais icónico e bem estudado deste subfilo, presentes na maioria dos ambientes terrestres e constituindo um dos grupos mais importantes de artrópodes do solo. Outros organismos colocados na mesma classe, como **escorpiões**, **ácaros** ou **opiliões** também constituem grupos extremamente variados com importantes funções ecológicas (ex: decomposição de matéria orgânica e controlo de organismos, principalmente através de predação).

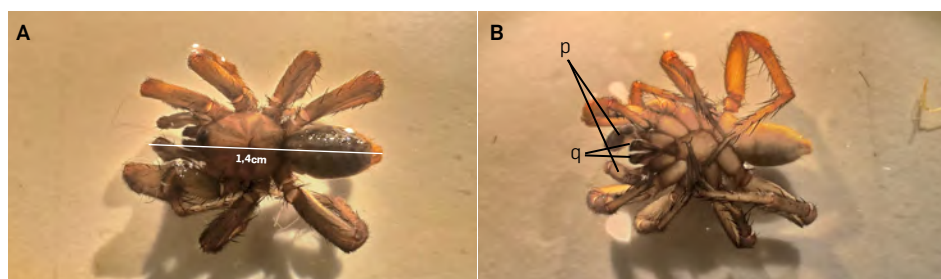


FIGURA 3. Vista dorsal **A** - e ventral **B** - de um exemplar da ordem Araneae (família Gnaphosidae), sendo possível observar o corpo dividido em cefalotórax e abdómen, os quatro pares de patas, as quelíceras (q) e os pedipalpos (p).

O subfilo **Hexapoda** (*Hexa* (seis) e *Poda* (pé)), engloba os insetos e os seus parentes, compreende o grupo mais diverso e abundante de organismos com mais de 1 milhão de espécies conhecidas. Este subfilo é frequentemente dividido em organismos da clas-

se **Insecta** (FIGURA 4) e da classe **Entognatha**. Esta última inclui os colêmbolos (ordem **Collembola**) (FIGURA 5), cabeças de cone e bichos de prata (ordem **Protura**) e cerdas de duas pontas (ordem **Diplura**). Na classe **Entognatha**, as partes bucais dos organismos estão **retraídas** dentro das suas cabeças, contrariamente ao que se observa na classe **Insecta**, que são **ectognantes**. Os **colêmbolos** constituem um dos grupos mais abundantes de artrópodes do solo, podendo ser encontrados mais de 100 000 indivíduos num metro quadrado. Estes são organismos cosmopolitas, com mais de 8 000 espécies descritas. Os colêmbolos são pequenos organismos, com tamanho geralmente inferior a 6-8 mm, de forma cilíndrica ou globular, apresentando olhos simples e antenas moniliformes. Muitas espécies possuem um apêndice bifurcado (**fúrcula**) no final do abdômen, permitindo que estes organismos saltem quando ameaçados (FIGURA 5). Os **colêmbolos** têm sido amplamente utilizados em estudos ecotoxicológicos na avaliação da qualidade do solo e da saúde destes ecossistemas.

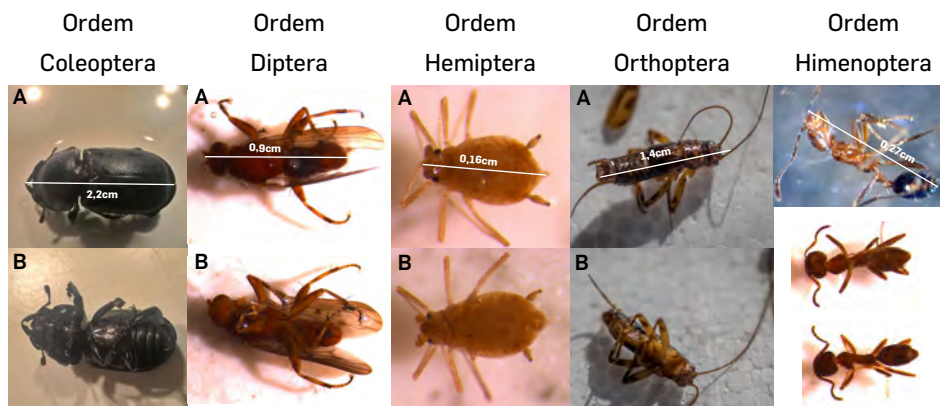


FIGURA 4. **A** - Vista dorsal e **B** - vista ventral de exemplares de algumas ordens da classe **Insecta**.



FIGURA 5. Vista lateral de exemplares da ordem **Collembola**.

A classe **Insecta** é a classe com maior número de organismos, compreendendo mais de metade das espécies eucarióticas descritas atualmente, englobando mais de 1 milhão de espécies que habitam praticamente todos os ecossistemas. Os **insetos** sendo o grupo

mais diversificado de seres vivos apresentam as mais variadas e interessantes adaptações anatómicas e morfológicas. Pensa-se que a sua enorme riqueza e abundância é devida a uma combinação de características vantajosas, como a coevolução com plantas, a miniaturização e a capacidade de voo. Os insetos desempenham ainda um papel importantíssimo no funcionamento dos ecossistemas, realizando funções quer de predadores quer de presa, estando envolvidos em inúmeras teias alimentares (ex: reciclando nutrientes, fazendo a manutenção da estrutura e fertilização dos solos). Destaca-se também o facto de vários insetos voadores, como abelhas ou borboletas, atuarem como polinizadores de muitas espécies de plantas. Esta é uma função ecológica importante com várias repercussões económicas, porque mais de 30% das culturas alimentares mundiais dependem da polinização. Os insetos possuem ainda um papel importante em investigação científica, sendo muitas vezes utilizados como organismo modelo dado possuírem características distintas como o seu tamanho reduzido, tempos de geração curtos e elevada fecundidade. O exemplo de excelência é a mosca da fruta, *Drosophila melanogaster*, cujo genoma é já conhecido na totalidade, sendo esta espécie utilizada frequentemente para estudar vários processos celulares (ex: o envelhecimento, a hereditariedade e o desenvolvimento embrionário). Apesar de constituírem um grupo tão interessante, benéfico e necessário à manutenção do equilíbrio dos ecossistemas, existem algumas desvantagens associadas aos insetos, como é o caso de serem vetores na transmissão de doenças. É o caso da malária transmitida por um mosquito do género *Anopheles*, a doença parasitária mais disseminada, com vários milhões de humanos infetados em todo o mundo. O dengue e o zika são doenças em que o vetor de transmissão é também um mosquito do género *Aedes*. Na agricultura, as pragas de insetos (ex: gorgulhos, gafanhotos, afídios) são responsáveis por prejudicar as culturas agrícolas e a produção de alimentos causando perdas económicas elevadas.

Sabe-se que atualmente a perda de habitat e as mudanças climáticas são alguns dos fatores responsáveis por declínios significativos nas populações deste grupo de organismos. Esse declínio apresenta uma elevada preocupação ecológica uma vez que estes organismos desempenham múltiplas e importantes funções nos ecossistemas. No entanto, a conservação deste grupo animal permanece um grande e urgente desafio que é preciso enfrentar.



---

# Biocombustíveis, serão a solução?

Matilde Viegas,  
Maria João Ramos,  
Pedro Alexandrino Fernandes

UCIBIO, REQUIMTE/Universidade do Porto

**“A 21 de Fevereiro de 2018, o nível de poluição de partículas finas com diâmetro inferior a 10 µm, PM10, atingiu em Paris níveis alarmantes, com um pico correspondente ao dobro do limite máximo. A Organização Mundial de Saúde (OMS) recomenda não exceder este limite máximo por mais de três dias por ano. Com este recente pico, os parisienses já o ultrapassaram.”**

Em: *Un pic de pollution «grave» en Ile-de-France, Le Monde 22 de Fevereiro de 2018*

Esta notícia é um dos inúmeros exemplos dos efeitos do aquecimento global, termo com o qual estamos cada vez mais familiarizados, infelizmente. Este fenómeno é consequência de Gases de Efeito de Estufa, GEE (dióxido de carbono, metano e óxido de azoto, entre outros) que se acumulam na atmosfera, enclausurando o calor e tornando o planeta mais quente. A produção em larga escala de GEEs teve início na Revolução Industrial (1800) como resultado da combustão de combustíveis fósseis (carvão, petróleo e gás natural) para produção de eletricidade, aquecimento e transporte.

A preocupação em torno do aquecimento global tornou-se um assunto constante na agenda política, sobretudo nas últimas duas décadas. Os primeiros esforços coletivos resultaram no Protocolo de Quioto, em 1997, cujo objetivo era a redução das emissões de GEEs assentando nos argumentos de que i) o aquecimento global era uma realidade; e ii) o CO<sub>2</sub> produzido por ações humanas era o seu grande causador. O primeiro período do Protocolo terminou em 2012 e, por isso, em 2015, as Nações Unidas promoveram a assinatura do novo Acordo de Paris, o qual consiste numa atualização do antigo Protocolo de Quioto com o objetivo de “fortalecer a resposta global à ameaça das alterações climáticas, no contexto de desenvolvimento sustentável e com esforço para a erradicação da pobreza”. O novo Acordo, ao contrário do de Quioto, estabelece metas tangíveis e quantitativas. O

objetivo é manter o aumento da temperatura média global abaixo dos 2º Celsius face à temperatura global na era pré-industrial. Para atingir tal meta, é necessário um esforço mundial, contudo, em 2017, com a saída dos EUA do Acordo de Paris, o segundo maior emissor de GEEs logo a seguir à China, perdeu-se uma enorme contribuição. Além do peso evidente que as suas emissões têm para o estado atual do aquecimento global, em falta estarão também a diplomacia e o encorajamento proporcionados por esta força mundial.

No Acordo de Paris, uma das cláusulas exige a inclusão de energias renováveis (eólica, marítima, solar) e de biocombustíveis no mercado de energia, encorajando os países a atingir níveis mínimos da sua utilização. As metas estabelecidas para cada país vão ao encontro ao seu mercado e às matérias-primas disponíveis em cada território, favorecendo o desenvolvimento da economia.

De uma forma generalista, os biocombustíveis englobam combustíveis produzidos através de processos biológicos, como a agricultura e digestão anaeróbica, em vez de produzidos a partir de processos geológicos, como os necessários para a formação de combustíveis fósseis. Isto inclui o biodiesel (produzido a partir de óleos e gorduras orgânicas) e o bioetanol (álcool produzido através de fermentação microbiana de açúcares, seguido de destilação e desidratação), os quais serão o maior foco deste artigo.

A partir da década de 70, foram feitos os primeiros investimentos nos chamados biocombustíveis de primeira geração (1G). Estes fazem uso de colheitas de produtos agrícolas, como a soja, cana-de-açúcar, milho, óleo de palma, entre outros, para a produção de biodiesel e bioetanol através de processos de trans-esterificação ou fermentação. A sua disponibilidade e facilidade de processamento permitiram a sua inserção e mistura nos combustíveis atualmente vendidos ao público. Para 2017, Portugal fixou em 7,5% (de poder energético) a incorporação de biocombustíveis nos combustíveis dos transportes rodoviários, tendo a União Europeia o objectivo de 10% em 2020 para todos os países membros.

Os biocombustíveis 1G fazem uso da colheita agrícola para fins energéticos, o que gera opiniões desfavoráveis por parte de ambientalistas (pelo uso exaustivo da terra agrícola sem compensação, desflorestação e perda de biodiversidade) e problemas éticos, tais como os levantados por responsáveis da ONU, como o Dr. Jean Ziegler, que atribui aos biocombustíveis a culpa pela contínua inflação dos preços de alimentos, exacerbando a atual crise de fome mundial - "São necessários 352Kg de milho para encher um depósito de 50L de um carro. Uma criança na Zâmbia ou no México, onde o milho é um elemento básico da dieta, poderia viver com esta quantidade de milho um ano inteiro". Atualmente, os maiores produtores destes biocombustíveis de primeira geração são os EUA e o Brasil, utilizando parte da produção global de cereais e óleos vegetais para a produção de bioetanol e biodiesel, causando um ambiente de profunda preocupação em volta da sustentabilidade de produção de energia a médio/longo prazo. De forma a controlar a inflação no preço dos alimentos, a EU estabeleceu um limite de 7% para o uso de biocombustíveis de primeira geração como combustível de transportação.

A segunda geração de biocombustíveis (2G) usa biomassa, isto é, qualquer fonte de carbono orgânico que é rapidamente renovado no ciclo de carbono. Os biocombustíveis de segunda geração almejam um uso ponderado de desperdícios da indústria madeireira e agrícola, ou de restos de colheitas agrícolas assim que estas preenchem o seu propósito alimentar, evitando interferência com o mercado alimentar e não influenciando os preços dos alimentos básicos.



FIGURA 1. Biocombustíveis.

A produção de arroz atingiu o seu pico em 2017, gerando 1140 milhões de toneladas de espigas de arroz, cujo destino é a incineração, compostagem, ou é simplesmente depositada em aterros. Contudo, com a 2G de biocombustíveis, é encontrado potencial energético neste desperdício agrícola. O seu potencial deve-se à matéria lignocelulósica – celulose, hemicelulose e lignina – presente em todas as plantas, incluindo as espigas, em diferentes percentagens. Este material composto é essencial para a estrutura e resistência das plantas: a hemicelulose é a matriz que rodeia o esqueleto de celulose, enquanto a lignina funciona como uma camada protetora. As possibilidades associadas a este tipo de desperdício são inegáveis: a sua abundância e facilidade de obtenção tornam-no muito apelativo. Contudo, o gasto na recolha e transporte desta matéria suplanta os custos de produção e o seu uso continuado poderá contribuir para a erosão do solo. Além disso, para o seu aproveitamento para produção de biocombustíveis, é necessário um pré-tratamento para hidrolisar as ligações covalentes entre os três constituintes da matéria lignocelulósica e permitir a posterior fermentação anaeróbia da celulose, produzindo bioetanol. Este pré-tratamento é visto como outra das desvantagens do processo e está ainda a ser estudado e otimizado, pois de momento as alternativas disponíveis encarecem o produto final e, em

alguns dos casos, dependem do uso de químicos poluentes. A esperança está então depositada no estudo de enzimas hidrolíticas, encontradas em organismos termófilos, que serão capazes de aguentar as difíceis condições de tratamento. Contudo, a dificuldade em escalar o processo de fermentação é uma das desvantagens e dos fatores limitantes para a 2G de biocombustíveis, em grande parte devido à dificuldade de monitorizar as condições de fermentação (oxigénio, pH, nutrientes, etc).

A terceira geração (3G) de biocombustíveis foi reconhecida como a melhor alternativa em comparação com primeira e segunda gerações, pois, surpreendentemente, faz uso de algas. A sua enorme disponibilidade por todo o planeta e o facto de não interferirem com os mercados alimentares são os grandes embaixadores desta matéria-prima como o futuro dos biocombustíveis. Ainda que não seja uma matéria infinita, é a que de momento mais se assemelha, por existirem 70 000 espécies (30 000 documentadas). Estudos conduzidos atualmente estão a explorar a viabilidade energética de 30 espécies de algas, explorando a sustentabilidade, facilidade e escalabilidade da sua produção. Outras vantagens incluem a baixa manutenção necessária para o seu crescimento (luz, dióxido de carbono e nutrientes como azoto, fósforo e potássio); a facilidade com que produzem lípidos e carboidratos que podem posteriormente ser processados em diferentes biocombustíveis e outros coprodutos; a frequência com que podem ser colhidas ao longo do ano (ao contrário de outras colheitas convencionais); a baixa percentagem de hemicelulose, e a praticamente ausente lignina, facilitam radicalmente o seu pré-processamento pois a celulose é mais facilmente extraída. As desvantagens desta matéria incluem o enorme investimento inicial para a construção de infraestruturas para o seu cultivo, que pode ser ou ao ar livre (em tanques de grande dimensão) ou em foto-bioreatores (sistemas fechados altamente controlados). Prevê-se que em 2030, o preço de produção de combustível a partir de algas será 0,65 €/litro de combustível, valor muito próximo do atual preço de produção do litro de gasolina. Comparativamente aos custos de produção de outros biocombustíveis, o mais barato continua a ser o bioetanol produzido a partir de milho (1G), 0,17 €/litro, seguido de combustíveis celulósicos (2G) a 0,32 €/litro.

É evidente que serão necessários esforços políticos e científicos, investimento e regulamentação adequados, para encontrar o caminho ideal para travar o aquecimento global. Em todas as gerações de biocombustíveis apresentadas, existem fatores que afunilam as potencialidades destas alternativas, indicando que a solução passa por criar um consórcio entre as várias possibilidades de forma a tirar o máximo partido sem danificar o planeta ou piorar a crise da fome. O próximo passo passa por substituir os biocombustíveis de 1G por soluções com maior escalabilidade. Acreditamos que nas próximas décadas serão cruciais, e depositamos esperança na investigação científica.

---

# Stephen Hawking e a sua contribuição para a física teórica

Orfeu Bertolami,

Cláudio Gomes

Departamento de Física e Astronomia/ CFP/ Universidade do Porto

**A 14 de março de 2018, o físico britânico Stephen Hawking faleceu aos 76 anos, deixando todavia um importante legado para a física teórica, muito particularmente, para o entendimento das deficiências intrínsecas da Relatividade Geral de Einstein, para a física dos buracos negros e para a cosmologia, a ciência do Universo como um todo.**

Stephen Hawking doutorou-se em Física Teórica em 1966 pela Universidade de Cambridge, sob a supervisão de Dennis Sciama. Apesar da sua condição física progressivamente limitativa, manteve-se extremamente ativo na investigação nas áreas de cosmologia, física dos buracos negros e gravitação quântica.

Nessa altura, havia uma considerável discussão acerca da realidade e ubiquidade de singularidades, pontos no espaço-tempo onde a Teoria da Relatividade Geral deixa de fazer sentido e não desaparecendo através de mudança de sistemas de coordenadas que descrevem o espaço-tempo. Na segunda metade da década de 1960, Hawking e o matemático inglês Roger Penrose demonstraram que essas singularidades eram inevitáveis no contexto da Teoria da Relatividade Geral (ver, para uma descrição exaustiva, o livro *Large Scale Structure of Space-Time* escrito em colaboração com o físico sul-africano George Ellis, publicado em 1973). Uma dessas singularidades corresponde ao início do Universo – Big Bang –, e outras estão presentes no interior dos buracos negros, não acessíveis à observação devido à presença de um horizonte de acontecimentos que, segundo a Conjetura da Censura Cósmica de Roger Penrose, protegem sempre as singularidades de se apresentarem “nuas”.

Subsequentemente, em 1975 ele desenvolveu a ideia que os buracos negros deveriam radiar termicamente a uma temperatura específica, inversamente proporcional às suas massas, temperatura esta que hoje designamos por temperatura de Hawking. Esta ideia dá origem ao paradoxo da informação, em que a informação que entrava no horizonte de evento se perdia. Com este contributo passou-se a ter uma equivalência entre a dinâmica e a termodinâmica de buracos negros.

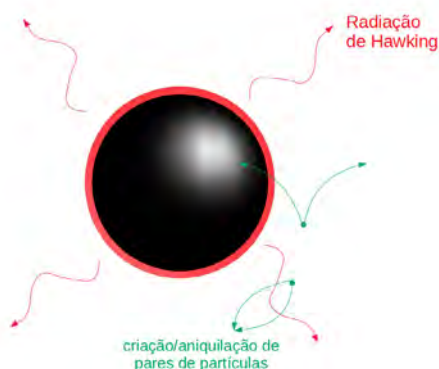


FIGURA 1. Emissão da radiação térmica de Hawking por um buraco negro.

No princípio da década de 1980, Hawking iniciou, em colaboração com o físico norte-americano James Hartle, o programa de investigação que hoje designamos por cosmologia quântica. Na cosmologia quântica, o espaço-tempo é descrito por uma função de onda, a função de onda do Universo, como na Mecânica Quântica. Esta equação de onda satisfaz uma equação análoga à de Schrödinger da Mecânica Quântica, a equação de Wheeler-DeWitt. A proposta de Hartle e Hawking é que a função de onda descreva um espaço-tempo sem fronteiras (*No-Boundary proposal*). A ideia é que à medida que retrocedemos no tempo, chegamos a um ponto em que o Universo é pequeno o suficiente para que efeitos quânticos sejam dominantes. Nesta altura, existe uma espécie de “espuma” do espaço-tempo de tal modo que o tempo não pode ser interpretado do modo como o vemos hoje, mas sim como uma quarta dimensão espacial. Uma analogia útil é a seguinte: se viajarmos para o Polo Sul, temos de seguir sempre para sul, mas quando alcançamos o ponto do Polo Sul já não faz sentido falarmos na direção sul; pelo mesmo raciocínio, ao retrocedermos no tempo há um ponto/instante em que não faz sentido falar-se em tempo. Matematicamente, isto torna-se possível passando de um espaço-tempo de Minkowski, como na Relatividade Restrita, para um espaço Euclideano a quatro dimensões, no qual o tempo passa a ser um número puramente complexo. Com esta formulação, o Universo não tem uma fronteira além daquela que permite a transição entre as duas descrições para o espaço-tempo, e que é exemplificado na FIGURA 2. Esta geometria é designada por *shuttlecock* ou volante/pena de badminton, devido à semelhança com este objeto.

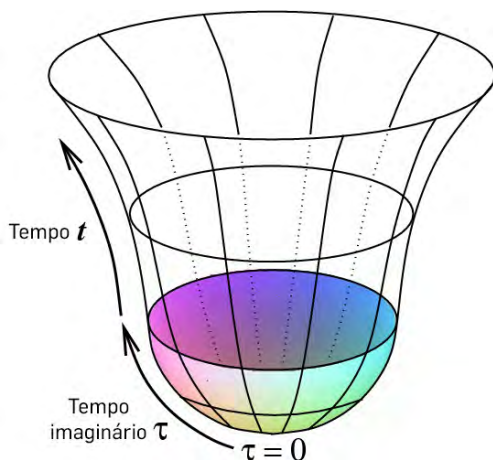


FIGURA 2. Representação tridimensional do modelo de Hartle-Hawking (*no boundary proposal*). A base corresponde a uma semiesfera a 4 dimensões, e a estrutura que apresenta o tempo como uma direção distinta das espaciais corresponde a um Universo em expansão.

Hawking também estudou outros problemas como o das máquinas do tempo, e questões relacionadas com a cosmologia e a formação de estruturas no Universo. Com o seu característico humor, Hawking afirmou não ser possível viajar no tempo. Para tal sugeriu organizar uma festa convidando pessoas do futuro a se juntarem a ele, e dado que ninguém apareceu, concluiu então que viagens no tempo não são possíveis na realidade. Outra prova prende-se com o facto de não termos recebido ainda turistas do futuro, numa clara alusão irónica à procura turística desenfreada que assistimos nos dias de hoje.

Mais recentemente, ele pronunciou-se sobre questões de interesse geral como as implicações do desenvolvimento da inteligência artificial e a necessidade e inevitabilidade da exploração espacial. Mostrou-se reticente acerca dos desenvolvimentos no domínio da inteligência artificial, classificando-o como possivelmente perigoso para a nossa civilização, pois apesar dos potenciais benefícios comportam sérios riscos à continuidade da humanidade. Relativamente à exploração espacial, Hawking encarava as viagens espaciais quer pelo seu interesse científico quer como forma de preservar a humanidade de riscos de destruição devido a guerras nucleares, ou epidemias devido a vírus geneticamente modificados.

O físico Stephen Hawking legou-nos uma extraordinária contribuição científica e humana. Deixou um extraordinário exemplo de resiliência, dedicação ao conhecimento e à sociedade. Fisicamente debilitado e “preso” a uma condição rara, a esclerose lateral amiotrófica que lhe foi diagnosticada aos 21 anos, a sua mente foi das mais livres dos nossos tempos: concebeu hipóteses, conjunturas e teorias; pensou a sociedade de hoje e a do futuro.

# Rocha

## O que é importante dizer sobre as rochas

A. M. Galopim de Carvalho

Universidade de Lisboa

**Rochas e pedras são a mesma coisa? Praticamente, a resposta é sim. Pedra é aquilo que se apanha do chão para dar uma pedrada.**

Qualquer pessoa, mesmo a menos letrada, dirá que as pedras:

- não são fabricadas ou feitas por gente (a ciência diz que são entidades naturais);
- que não se amolgam (a ciência diz que são rígidas);
- que geralmente não se esboroam nem se esfarela (a ciência diz que são coesas);
- que fazem moxa onde quer que batam (a ciência diz que são duras). Para o cidadão comum, pedra (do grego *pétra*) é, pois, uma entidade natural, rígida, coesa e dura, que se apanha do chão.

Apanhamos uma pedra do chão, mas, quando estudamos, falamos quase sempre de rochas. Num modo de falar corrente, podemos dizer que as pedras são bocados de rocha.

Todos falamos de rocha como sinónimo de pedra, com base num conhecimento comum, empírico, vulgar, ligado à experiência quotidiana mesmo do mais iletrado dos cidadãos. Dizemos rochedo quando o afloramento de rocha é grande e apelidamos de rochoso um terreno com a rocha à vista. Rocha é um galicismo que, entre nós, se sobrepôs ao termo “roca”, bem mais antigo, talvez pré-romano. Cabo da Roca, ou “Focinho da Roca” no dizer dos homens do mar, deve o seu nome a esta versão arcaica da palavra rocha.

O conceito atual de rocha e os vários conhecimentos com elas relacionados percorreram uma caminhada tão longa quanto a do *Homo sapiens*, caminhada de que temos testemunhos na Pré-história e variadíssimos relatos escritos desde a Antiguidade.

Na sua gíria própria, entendível entre pares, os profissionais falam de rochas, dizendo que são sistemas químicos, mono ou polifásicos (ou seja, com um ou mais minerais), resultantes do equilíbrio termodinâmico atingido pelos seus constituintes em determinados ambientes. Entendendo-se por constituintes os elementos químicos incluídos nos respetivos minerais.



Por outras palavras, acessíveis ao comum das gentes, pode, então, dizer-se que as rochas são corpos naturais formados por associações mais ou menos estáveis de minerais compatíveis entre si e com o ambiente onde foram gerados e que são elas, as rochas, que constituem a capa rígida da Terra que, por essa razão, recebeu o nome de litosfera (FIGURA 1).



FIGURA 1. Modelado Granítico na Serra da Estrela. (fonte: banco de imagens da Casa das Ciências)

Antes de prosseguir esclareça-se que, no jargão próprio da mineralogia e da geoquímica, os minerais são considerados fases, no sentido físico-químico da palavra. Com efeito, neste sentido, uma fase é uma porção de matéria química e estruturalmente homogênea, e, uma qualquer espécie mineral, é isso mesmo.

Por convenção na sistemática em sedimentologia, entre as rochas sedimentares cabem certos materiais não consolidados como os barros, as areias soltas, as cascalheiras e ainda outros, de natureza não mineral, como os carvões fósseis e o petróleo (óleo de pedra). Chamar rochas ou pedras a estes materiais, às vezes tão afastados da imagem vulgar de “coisa dura, rígida e coesa”, decorre do conceito geológico de rocha, no qual se inclui o modo de ocorrência e o respetivo processo de formação (petrogénese).

A mecânica das rochas (disciplina que estuda certas propriedades das rochas como resistência ao esmagamento, à tração, à torção, à flexão, porosidade, permeabilidade e outras) define-as como entidades sempre rígidas e coesas e duras, como também se diz, vulgarmente, com capacidade de suportar cargas e que, na eventualidade de terem de ser escavadas ou removidas, há que usar tecnologias com explosivos. Este conceito corresponde, aliás, à ideia mais divulgada de rocha, como atrás se referiu. É o *bedrock* dos autores ingleses.



FIGURA 2. Processo de meteorização física, essencialmente por corrosão eólica, em rochas sedimentares (arenitos).  
(fonte: banco de imagens da Casa das Ciências)

Além das muitas que conhecemos na Terra, já estudámos rochas do nosso satélite natural, nomeadamente, basaltos e anortositos trazidos da sua superfície. Mercúrio, Vénus e Marte são também planetas rochosos e igualmente rochosos ou pedregosos são ainda os núcleos dos cometas e muitos dos asteroides, de que temos conhecimento pelos meteoritos caídos na Terra.

Quando se apelidam as rochas de magmáticas, sedimentares (FIGURA 2) ou metamórficas não se está apenas a rotulá-las para efeitos de arrumo ou arquivo, muito menos se estão a criar novos vocábulos para sobrecarga dos estudantes ou do cidadão em geral. Estes adjetivos acrescentados à palavra rocha informam, de imediato, sobre a sua origem:

- magmática ou sedimentar, qualquer delas em resultado de processos naturais fáceis de entender;
- metamórfica, em consequência de um outro processo, muito menos ao alcance da vivência do vulgo, mas que se explica sem grandes dificuldades.

Apelidam-se de metamórficas as rochas que, posteriormente a uma primeira formação, como magmáticas ou sedimentares, foram submetidas a pressões e/ou a temperaturas, no interior da crosta, que lhes modificaram, a composição e/ou a textura.

Foi através do estudo das rochas que desvendámos o essencial dos acontecimentos geológicos que marcaram a história deste «Planeta Azul», no qual a vida encontrou condições para despertar e onde evoluiu ao ponto de se interrogar sobre essa mesma história.

Os conhecimentos diretos, de que hoje dispomos, relativos às rochas da Terra limitam-se aos que se obtêm pelo estudo das que afloram à superfície, das recolhidas em dragagens nos fundos marinhos e das retiradas da profundidade, quer em minas, quer através de sondagens. Esta profundidade, que não excede 3 km, no primeiro caso, e 11 km, no segundo (na península de Kola), pode considerar-se insuficiente, se comparada com as três a quatro dezenas de quilómetros de espessura média da crosta continental.

É já muito o conhecimento que temos desta capa (a crosta ou crusta, como alguns dizem e escrevem) mais superficial do nosso planeta. Temo-lo através das rochas que constantemente vemos e pisamos, muitas delas geradas em zonas profundas, trazidas à superfície pelos enrugamentos de origem tectónica, geradores das montanhas, e, subsequentemente, postas a descoberto pela erosão.

Outras rochas próprias de muito maiores profundidades, inclusive do manto inferior, como é o caso dos xenocristais e dos xenólitos (do grego *xenos*, estranho, e *lithos*, pedra), isto é, cristais e fragmentos de materiais líticos gerados nessas regiões e que ascendem à superfície, na sequência de atividade vulcânica, englobados ou encravados nos produtos magmáticos que ali se formaram ou por ali passaram. Na ilha da Madeira, por exemplo, são frequentes os xenólitos olivínicos que ascenderam até à superfície no seio das lavas envolvidas no processo vulcânico que originou esta e muitas outras ilhas.

As rochas a que temos acesso mais ou menos direto representam uma parcela importante da diferenciação da Terra e, à semelhança da água, do ar e dos seres vivos são o resultado de imensas transformações, numa vasta e complexa rede de inter-relações ocorridas ao longo dos tempos neste «planeta vivo», pleno ainda de energia interna (sob a forma de calor) a que se adiciona toda a que lhe chega do exterior, isto é, a radiação solar. Como escreveu Maurice Mattauer, "*as pedras nascem, vivem e morrem; como nós; elas têm uma idade e uma história*".

Petrologia e litologia são duas disciplinas que estudam as rochas ou as pedras. Se bem que os étimos *petra* (latim) e *lithos* (grego) sejam sinónimos, petrologia e litologia encerram conceitos diferentes, ainda que relacionados entre si.

- A petrologia é um ramo da geologia com dimensão de ciência, de vastos recursos nos campos da física, da química e, naturalmente, também, da matemática, em busca do conhecimento da origem, natureza, constituição e evolução da Terra no âmbito do Sistema Solar e do Universo.
- A litologia, outro ramo da geologia, é habitualmente entendida como a disciplina que estuda as rochas num campo prático. Serve a geologia de engenharia, tendo em vista a implantação de grandes edifícios e outras obras volumosas, cujas fundações exigem o conhecimento dos terrenos. A litologia dá igualmente respostas à pedologia (o estudo dos solos) e à indústria extrativa de rochas ornamentais, usadas na arquitetura, na cantaria ou na estatuária, e de rochas industriais, exploradas como importantes matérias-primas para a construção civil, a cerâmica, o vidro, o cimento, a cal e a indústria química.

---

# Software educativo em pré-cálculo e cálculo diferencial

Ana C. Conceição

DM/Universidade do Algarve

O conceito F-Tool foi desenvolvido em 2012 com o objetivo de proporcionar uma aprendizagem interativa em pré-cálculo e cálculo diferencial. Em particular, é possível explorar de forma integrada as noções de domínio, contradomínio, existência de zeros, existência de extremos e de pontos de inflexão, invertibilidade, derivabilidade, reta tangente ao gráfico num ponto, simetrias em relação aos eixos e à origem. A utilização dos aplicativos computacionais associados a este conceito motivou a adaptação de alguns elementos de avaliação, permitindo a inclusão de questões com caráter mais conceptual e desviando um pouco o foco da mera aplicação mecânica de fórmulas e do simples cálculo numérico (para uma geração dependente da máquina de calcular).

No ensino da matemática e, em particular, no estudo de funções, a recomendação da utilização de software educacional tem como objetivo o sanar das dificuldades que os alunos possuem em associar as representações algébricas com as diversas representações numéricas e/ou gráficas. De facto, o caráter estático das representações matemáticas muitas vezes dificulta a construção do significado, afetando substancialmente a correta interpretação dos conceitos. A criação de modelos interativos visuais com o sistema de álgebra computacional *Mathematica* permite aos alunos explorar conceitos de elevada complexidade e rapidamen-

te adquirir uma compreensão mais profunda dos conteúdos. Obviamente, a utilização de software educacional não deve ser vista como um substituto para o ensino com “papel e lápis” deve ser devidamente combinada com outros métodos de ensino.

O conceito F-Tool foi desenvolvido em 2012 com o objetivo de proporcionar uma aprendizagem interativa em pré-cálculo e cálculo diferencial. Os aplicativos computacionais implementados com base neste conceito utilizam as capacidades de cálculo numérico e simbólico do *Mathematica* de forma a permitir estudar dinâmica e interativamente, e em tempo real, conceitos e propriedades fundamentais do pré-cálculo e cálculo diferencial.

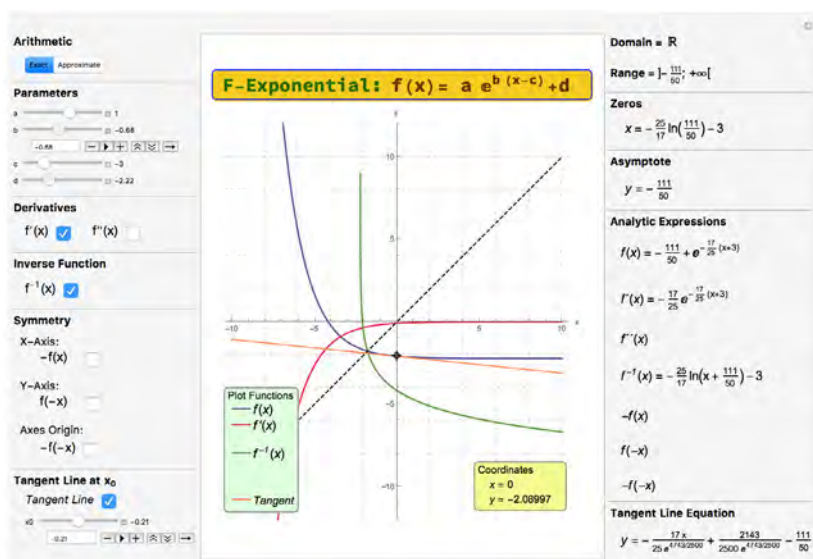


FIGURA 1. Imagem ilustrativa da F-Exponential.

O conceito F-Tool em sala de aula permite uma abordagem dinâmica de diversos conceitos relacionados com o estudo de funções, e promove novas formas de raciocinar/pensar, avaliar, ensinar e aprender. As F-Tool foram concebidas como ferramentas de aprendizagem ativa, ou seja, a sua utilização adequada propicia um contexto de ensino-aprendizagem onde alunos e professores são igualmente convidados a contribuir. Além disso, têm uma interface muito intuitiva que permite que até mesmo o utilizador mais inexperiente, sem qualquer conhecimento anterior em software educacional, possa começar a usar todos os recursos de uma forma eficiente e autónoma. As F-Tool não são um objeto estático, mas sim um programa a ser executado com o qual se interage em tempo real. Em particular, através da alteração dinâmica dos valores dos parâmetros que definem cada classe é possível obter informação analítica rigorosa, apresentada em aritmética exata ou aproximada, bem como informação visual estática e não-estática. De igual modo, escolhendo

estrategicamente de entre as várias opções de funções disponíveis no painel esquerdo, é possível apreender de forma mais eficaz e consequente muitas das relações existentes entre as várias funções e respetivas transformações (FIGURA 1). As F-Tool utilizam um código de cores para diferenciar as várias funções apresentadas. Este código é explicitado na legenda do canto inferior esquerdo do painel central.

Qual das figuras pode representar o gráfico de uma função e o gráfico da sua derivada de 1ª ordem?

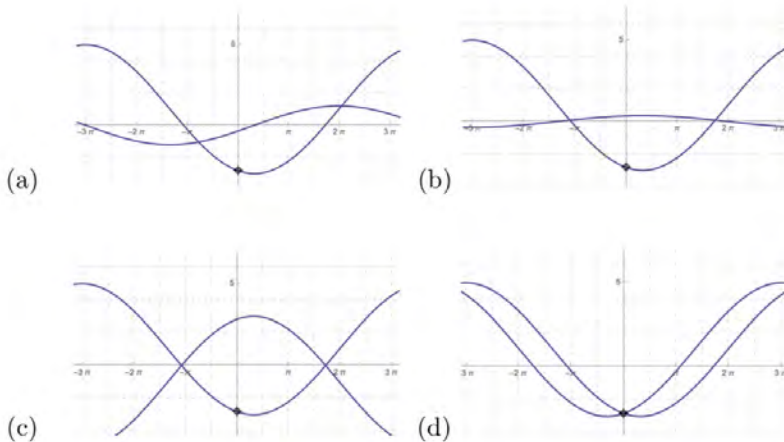


FIGURA 2. Exemplo de questão de escolha múltipla utilizando diversas opções do painel esquerdo das F-Tool.

Apesar de ser um software educacional dinâmico e interativo pode também ser utilizado na construção de questões de avaliação de escolha múltipla (FIGURA 2) e de resposta aberta, ficando o docente automaticamente com a resposta ao selecionar no painel esquerdo as opções relacionadas com a questão.

A utilização dos aplicativos computacionais associados a este conceito motivou a adaptação de alguns elementos de avaliação, permitindo a inclusão de questões com carácter mais conceptual e desviando um pouco o foco da mera aplicação mecânica de fórmulas e do simples cálculo numérico (para uma geração dependente da máquina de calcular). De facto, incluindo as F-Tool em ficheiros no Computable Document Format (CDF) é possível criar fichas de trabalho dinâmicas e interativas, motivando os alunos e tornando o estudo mais interessante.

Acreditamos que o conceito F-Tool, ao dotar professores e estudantes com novas ferramentas para explorar alguns conceitos fundamentais da matemática, desenvolverá positivamente o processo de ensino e de aprendizagem das áreas de pré-cálculo e cálculo diferencial.

# O Aroma das Plantas

Luís Gaspar Pedro,  
Ana Cristina Figueiredo,  
José Gonçalves Barroso

CESAM / CBV / Universidade de Lisboa,

Quando, nos festejos dos Santos Populares, colocamos a mão sobre o manjerico, provocamos a rutura de estruturas microscópicas. Ao fazê-lo, libertam-se compostos químicos que aderem à palma da nossa mão que, depois, percecionamos pelo nosso olfacto. Os aromas são misturas complexas de dezenas de compostos voláteis caraterísticos de uma determinada planta.

## O aroma, o que é?

O aroma de muitas plantas é constituído por diversos compostos químicos voláteis que têm a capacidade de estimular os nossos recetores olfactivos. A quantidade e a diversidade deste tipo de compostos presentes nas plantas, são responsáveis pelos aromas caraterísticos. É relativamente fácil reconhecer o aroma dos coentros ou do manjerico e distingui-los de outros aromas, como o da rosa ou do cravinho.

Na composição da fração volátil de uma planta aromática encontram-se, regra geral, compostos como os mono- e sesquiterpenos e os fenilpropanóides (FIGURA 1), entre outros. São, todos eles, compostos químicos com ponto de ebulição relativamente baixo que volatilizam à temperatura ambiente e contribuem, de forma mais ou menos notória, para o aroma caraterístico de cada espécie.

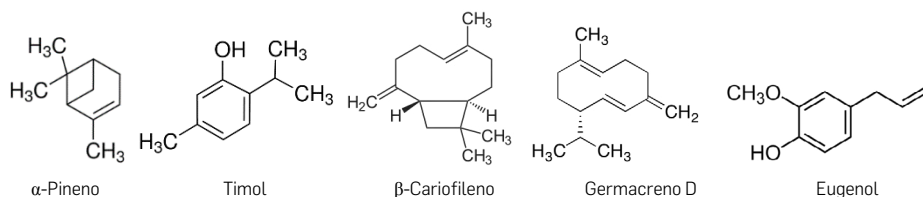


FIGURA 1. Exemplos de compostos que constituem a fração volátil de diversas espécies aromáticas: monoterpenos ( $\alpha$ -pinoeno, timol), sesquiterpenos ( $\beta$ -cariofileno, germacreno D) e fenilpropanóides (eugenol).



### Estruturas secretoras

Os compostos que constituem a fração aromática de uma planta são, regra geral, sintetizados e acumulados em estruturas secretoras microscópicas. Entre os diversos tipos de estruturas secretoras, as mais frequentes são os tricomas, os canais e as bolsas (FIGURA 2).

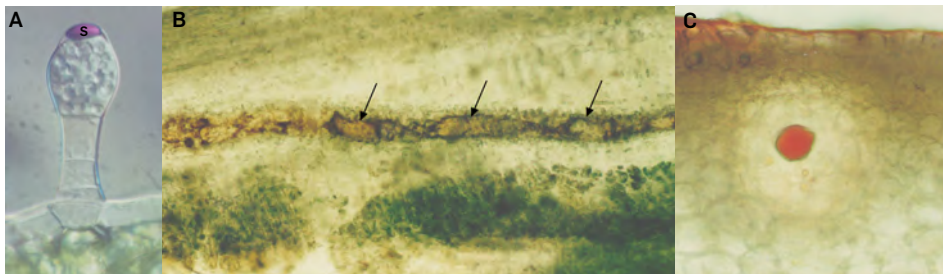


FIGURA 2. Exemplos de estruturas secretoras observadas em microscopia óptica. **A** - Tricoma de *Geranium robertianum* (s - secretado acumulado no espaço sub-cuticular, coloração com reagente de Nadi), **B** - canal secretor de *Crithmum maritimum* (setas, coloração com tricloreto de antimónio) e **C** - bolsa secretora de *Citrus* sp. (coloração com Vermelho Sudão III).

Os tricomas glandulares são estruturas externas, com origem em células epidérmicas, que apresentam diversos graus de complexidade, desde tricomas com apenas três células, uma das quais a secretora, até tricomas com mais de uma dezena de células secretoras. As bolsas e os canais secretores são estruturas internas constituídas por células glandulares que delimitam o lúmen, o espaço para onde são secretados os compostos, depois de produzidos nas células secretoras. Os canais são estruturas alongadas que percorrem o corpo da planta, por vezes com ramificações, enquanto as bolsas são estruturas mais ou menos isodiamétricas.

### Os óleos essenciais

Um óleo essencial é obtido por hidrodestilação ou por destilação por arrastamento de vapor (FIGURA 3). No caso particular dos citrinos, o óleo essencial pode, ainda, ser obtido por expressão (processo mecânico que promove a libertação do secretado acumulado no interior das estruturas secretoras, neste caso bolsas).

Tanto na hidrodestilação como na destilação por arrastamento de vapor, o secretado é removido das estruturas secretoras e arrastado pelo vapor de água. Depois de condensar por arrefecimento, o óleo essencial separa-se da água, podendo ser facilmente recolhido devido à sua imiscibilidade com a água.



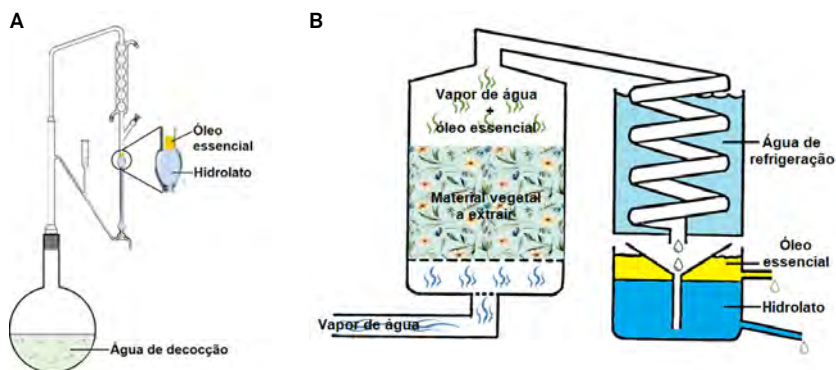


FIGURA 3. **A** - Sistema de hidrodestilação com aparelho de Clevenger e **B** - sistema de destilação por arrastamento de vapor.

### Análise de óleos essenciais

Para analisar um óleo essencial recorre-se, frequentemente, à cromatografia gasosa (CG) para quantificação dos componentes, e à CG acoplada à espectrometria de massa (CG-EM), para a correspondente identificação dos constituintes. Por CG-EM os diversos componentes que constituem o óleo essencial são separados uns dos outros e, ao chegarem ao espectrómetro de massa, são bombardeados por elétrons o que leva a que as moléculas fragmentem, formando-se diferentes iões, de acordo com padrões preferenciais. O conjunto dos fragmentos/iões constituem o espectro de massa que é característico de cada molécula. A integração das áreas dos picos que surgem no cromatograma obtido por CG (FIGURA 4A) permite a quantificação relativa dos diversos componentes do óleo essencial. A análise por CG-EM possibilita a identificação desses compostos, por comparação dos espectros de massa (FIGURA 4B) e dos índices de retenção com os de amostras padrão.

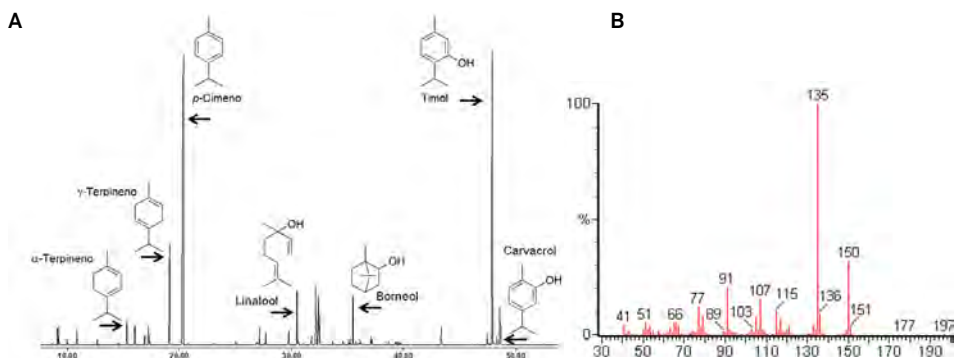


FIGURA 4. **A** - Aspeto parcial de um cromatograma, obtido por CG, característico de um óleo essencial, com alguns dos "picos" identificados; **B** - espectro de massa, obtido por CG-EM, de um dos componentes maioritários, o timol.



# Paisagens da Islândia: Formas e Processos (III)

Fernando Carlos Lopes

CITEUC/ Universidade de Coimbra

A Islândia é famosa não só pelos seus vulcões mas também pelos seus glaciares e pela sua sinuosa e escarpada linha de costa.

Atualmente os glaciares cobrem cerca de 10% da superfície islandesa e 60 % destas áreas geladas assentam sobre sistemas vulcânicos ativos. Esta combinação de gelo e vulcanismo torna a Islândia o local ideal para cheias repentinas (*jökulhlaups*) resultantes de água que escorre por baixo dos glaciares devido à fusão provocada pelas erupções subglaciares. Atualmente existem 4 grandes calotes glaciares, localizadas nas regiões elevadas e vulcanicamente ativas do centro e sul da ilha, a partir das quais divergem numerosas línguas glaciares: Vatnajökull (8100 km<sup>2</sup>), situado no centro leste; Langjökull (925 km<sup>2</sup>), situado no centro oeste; Hofsjökull (925 km<sup>2</sup>), situado na zona central da ilha; Myrdalsjökull (600 km<sup>2</sup>), situado no sul da ilha. Apesar da Islândia ter cerca de 24 Ma, a sua paisagem só foi moldada por glaciares nos últimos 5 milhões de anos. Os seus glaciares, de tipo alpino (ou de montanha), avançaram e recuaram condicionados pelas variações regionais e locais do clima, de que resultaram espetaculares morfologias. Como já se referiu anteriormente, as variações da carga glacial sobre a litosfera, provocadas pelas fases de gelo e degelo, terão desempenhado papel importante na atividade vulcânica da ilha.

Com um comprimento de cerca de 4970 km, a linha de costa da Islândia é, de um modo geral, muito recortada e escarpada, marcada por promontórios, cabos, penínsulas, fiordes, e enseadas, pontilhada de leixões, por entre os quais se aninham praias de areia negra, de contornos suaves. A ação do mar sobre as inúmeras escoadas de lava que fluíram até à costa, ao longo da evolução geológica da ilha e ali solidificaram, sobre os aparelhos vulcânicos implantados na zona litoral e sobre os vales deixados pelo recuo dos glaciares, criou paisagens de uma beleza surreal.

### Parte III - Paisagens controladas pelos glaciares e paisagens costeiras

#### Vales glaciares e fiordes

Vales glaciares, vales suspensos, lagos glaciares e cascatas, círculos glaciares, moreias e fiordes são formas características das paisagens islandesas, criadas pelos seus glaciares alpinos. Os vales glaciares, com o seu característico perfil em "U", são a forma mais comum de paisagem originada pela erosão glacial (FIGURA 1). No interior destes vales, os rios concentram o seu poder erosivo na zona mais baixa, originando um perfil característico em "V". O poder erosivo dos glaciares é muito superior ao dos rios porque a sua energia potencial resulta não só do declive do terreno mas também do peso do gelo. A erosão faz-se, essencialmente, ao longo das zonas laterais do canal, criando um vale com vertentes alcantiladas e fundo aplanado. Vales suspensos são vales escavados por glaciares tributários. Como estes glaciares levam menos gelo, o seu poder erosivo é menor que o do glaciar principal, ficando suspenso nas vertentes do glaciar principal, quando o gelo recua. Constituem exemplos notáveis, pela sua beleza e dimensão, os vales glaciares de Borgarvirki (FIGURA 2) e de Akureyri (ou Eyjafjörður), no noroeste da ilha. Este último vai desembocar num fiorde que é mais longo da Islândia.

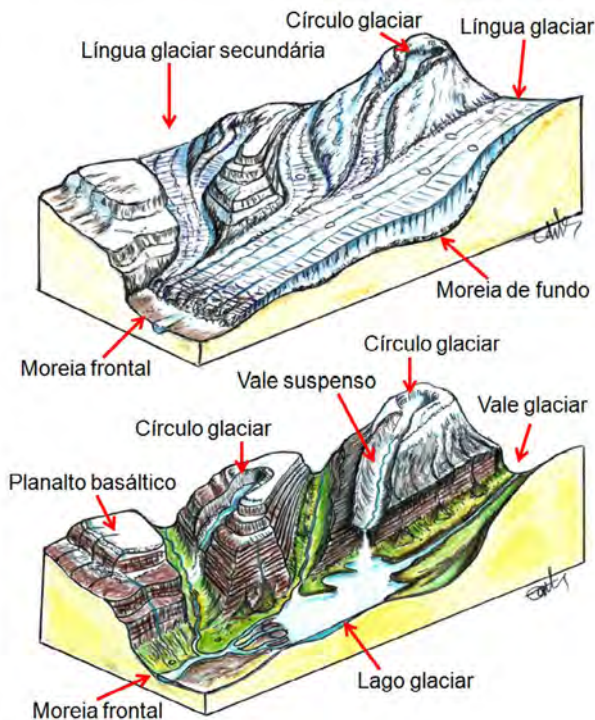


FIGURA 1. Esquema 3D (sem escala) da evolução de uma paisagem glacial, com formação de vales glaciares, vales glaciares suspensos, círculos glaciares, lagos glaciares e cascatas.



FIGURA 2. Aspeto do vale glaciário de Borgarvirki, observado a partir da fortaleza de Borgarvirki.

Se as condições forem favoráveis, os glaciares podem erodir abaixo do nível do mar. Quando o glaciar recua, o oceano invade estas depressões, criando um fiorde. Alguns dos fiordes islandeses, como o de Akureyri e o de Nordfjord (nordeste da ilha), possuem centenas de metros abaixo do nível do mar. O fiorde de Nordfjord abrange parcialmente uma antiga caldeira vulcânica. Nas falésias do seu flanco oriental (falésias de Raudubjörg), afloram riólitos, conferindo às arribas uma característica cor avermelhada).

Como se referiu anteriormente (Parte I), a orientação da maioria dos vales glaciares e fiordes segue de perto a orientação dos principais lineamentos tectónicos.

### Moreias

Em termos de aspetos deposicionais relacionados com glaciares, as moreias são, de longe, os mais abundantes. São acumulações de fragmentos rochosos transportados pelos glaciares quer na região frontal (*moreia frontal*), lateral (*moreia lateral*), a meio (*moreia mediana*) e no fundo (*moreia de fundo*).

Durante o último máximo glacial (há cerca de 20 000 anos), a Islândia estava quase toda coberta por glaciares, que se estendiam até à costa, e para além dela. Foram encontradas moreias frontais dessa época, a cerca de 130 km a *offshore* da costa ocidental e a cerca de 150-230 m abaixo do nível de mar atual.

É possível encontrar nos vales glaciares islandeses quer moreias antigas, resultantes da última glaciação, quer moreias recentes e atuais. Estas últimas estão relacionadas com as 4 grandes calotes glaciares existentes, como é o caso das moreias do glaciar Vatnajökull, que se podem observar em pleno no setor sudeste da ilha.



### Lagoas glaciares e icebergues

Outra das paisagens magníficas moldadas pelos glaciares são as lagoas glaciares. Estas lagoas formam-se na extremidade dos glaciares que descem das calotes glaciares. São alimentadas pelo degelo natural dos glaciares e nela flutuam pequenos e grandes icebergues que se separam da frente do glaciar (FIGURA 3).

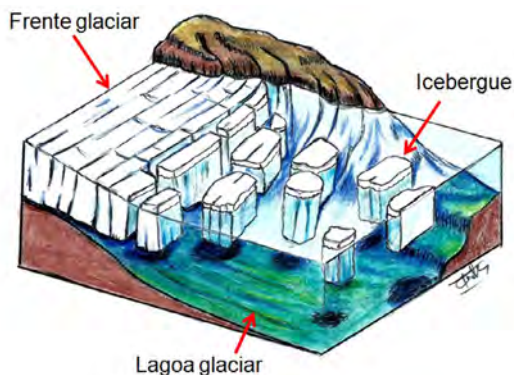


FIGURA 3. Esquema 3D (sem escala) da formação de icebergues numa lagoa glacial.

O exemplo mais notável deste tipo de lagoas na Islândia, é a lagoa de Jökulsárlón, considerada uma das maravilhas naturais do país. Fica situada no sudeste da ilha, na extremidade do glaciar Breiðamerkurjökull, uma das língua glaciares da calote de Vatnajökull (FIGURA 4).



FIGURA 4. Icebergues na lagoa glacial de Jökulsárlón. Ao fundo vê-se a frente do glaciar Breiðamerkurjökull. As faixas negras nos icebergues são níveis de cinza vulcânica.

A lagoa de Jökulsárlón é o ponto mais baixo da Islândia, com zonas à cota de -200 m. Na baía da lagoa tem-se acesso a uma paisagem de outro mundo, com icebergues de dimensões variadas que flutuam até ao mar, ficando alguns deles encalhados na margem de uma praia de areia vulcânica. Alguns icebergues exibem faixas negras correspondentes a níveis de cinzas vulcânicas provenientes de antigas erupções (FIGURA 4). Outros exibem duas tonalidades: branco leitoso e azul claro. A faixa azul corresponde à porção do icebergue que se tornou recentemente emersa.

A lagoa terá sido formada em 1934-35 pelo contínuo recuo do glaciár Vatnajökull, e terá duplicado de tamanho nos últimos 15 anos. Dada a taxa atual de recuo do glaciár Vatnajökull, um profundo fiorde irá desenvolver-se no local onde hoje existe a lagoa.

### **As costas escarpadas**

As costas escarpadas e recortadas, são, sem dúvida, as mais dominantes. Ocorrem deste o oeste ao leste da ilha, passando pela região norte, incisadas por numerosos fiordes e pequenas enseadas e salpicadas por leixões. É notável pela sua forma de dragão e pelas lendas que o envolvem, o leixão de Hvítserkur (IMAGEM DA PAGINA 42), situado na costa leste da Península de Vatnsnes, no noroeste da Islândia.

Os fiordes mais profundos localizam-se na costa norte, constituindo bons portos naturais. Um destaque especial vai para o fiorde ao longo do qual se estende a cidade de Akureyri (fiorde de Akureyri ou Eyjafjörður), considerado o mais longo do país.

### **Praias de areia Negra**

As praias de areia negra, em geral de reduzida extensão, podem ser constituídas por: i) depósitos resultantes da abrasão das arribas; ii) moreias e depósitos fluviais resultantes dos rios glaciares, com contornos suaves e lagoas glaciares protegidas por extensas barras arenosas; iii) depósitos de tefra provenientes de erupções freáticas.

As do primeiro tipo ocorrem um pouco por toda a linha de costa, como resultado da ação do mar sobre as arribas. As do segundo tipo ocorrem predominantemente entre Djúpivogur, a sudeste, e Ölfusá, a sudoeste, com destaque para a praia de Reynisfjara na costa sul. As da terceira categoria podem ser observadas na ilha de Heimaey, arquipélago de Vestmannaeyja, região sul da Islândia.

---

# Origami e Vírus

in [imagem.casadasciencias.org](http://imagem.casadasciencias.org)

Eu crio as minhas obras de arte de pequenos pedaços de papel com espirais que conectam e ligam os elementos a uma grande estrutura. Na obra de origami acabada, a que chamo *Voltinhas*, estas espirais vivem e trabalham. Forças de tensão e fricção contrapõem-se à gravidade e mantêm a forma estável. Nas minhas criações procuro estar perto da natureza. Quando criamos ou estudamos modelos de papel na macro escala, podemos entender melhor as formas criadas pela natureza na micro escala. A minha obra de origami na capa, o trabalho intitulado "*Inverno num parque de Lisboa*", e o capsídeo do vírus *Canine parvovirus*, um vírus contagioso que ataca sobretudo os cães e outros canídeos, têm a mesma estrutura geométrica do pequeno rombicododecaedro, um poliedro com simetria icosaédrica. Essa obra invoca simbolicamente o *Ano da Biologia Matemática 2018*. O origami é uma arte de dobragem do papel, com uma forte componente geométrica, que permite a construção de formas complexas e tem atraído o interesse de matemáticos pelas suas propriedades geométricas e algébricas.

Krystyna Burczyk

Os vírus são responsáveis por inúmeras doenças no homem, nos animais e nas plantas e as curas e prevenções são ainda muitas vezes problemáticas. Desenvolvimentos recentes das aplicações da matemática à virologia, nomeadamente das teorias de grupos, de grafos, de tesselação ou de reticulados, mostraram, por exemplo, que as restrições estruturais às formas dos vírus são maiores do que antes se pensava, e permitiram a construção de novos modelos para o desenvolvimento de terapias anti-virais. Os capsídeos virais que envolvem os genomas dos vírus, por razões de economia genética, tem muitas vezes uma simetria icosaédrica. Ora esta simetria não é cristalográfica em três dimensões, i.e. não é compatível com reticulados periódicos, o que motivou os matemáticos a desenvolverem novas estruturas no contexto de grupos de Coxeter não-cristalográficos que encontraram aplicação não só na virologia, mas também noutras estruturas moleculares da química do carbono.

José Francisco Rodrigues  
Universidade de Lisboa



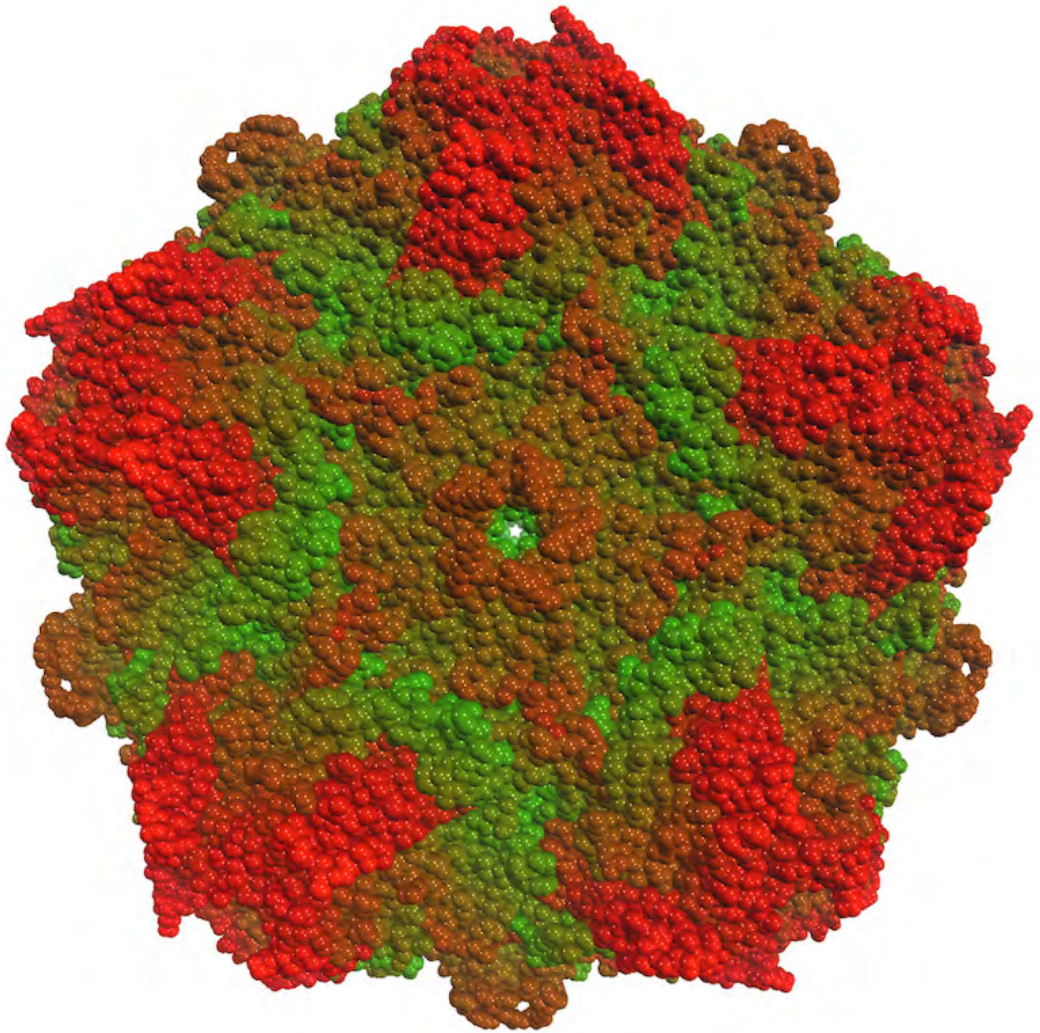


Imagem de *Canine Parvovirus*, gerada em VMD. Autor: Alexandre Lopes Magalhães.

# Educação Científica e a Tecnologia do século XXI

**Ponta Delgada**  
**6 e 7 de setembro de 2018**  
**Formação de professores**

**Inscrições abertas:**  
[casadasciencias.org/2018encontroazores](http://casadasciencias.org/2018encontroazores)